15 Berechnung und Simulation

Um das vibroakustische Übertragungsverhalten von mechanischen Systemen rechnerisch zu bestimmen, sind geeignete Modelle des Realsystems erforderlich. Nur für sehr einfache Systeme kann das Systemverhalten unmittelbar mathematisch-analytisch formuliert werden. Für komplexe Systeme sind entsprechend vereinfachte Modelle erforderlich, deren Anwendungsbereich aufgrund der getroffenen Vereinfachungen naturgemäß begrenzt ist. Als nichtkontinuierliche Methode für niederfrequente Übertragung hat sich die Mehrkörpersimulation (MKS) etabliert. Typisch sind für diese Methode die Annahme starrer Körper sowie lineare und nichtlineare Koppelelemente. Bei räumlich ausgedehnten Strukturen und höheren Frequenzen ist die Annahme starrer Körper oft nicht mehr zulässig. Hier verwendet man die Finite-Elemente-Methode (FEM). Dabei wird der Körper in viele kleine Elemente unterteilt (Quader, Tetraeder, usw.). Die Stetigkeitsbedingungen an den Begrenzungsflächen der einzelnen Flächen- oder Volumenelemente führen letztlich auf ein lineares Gleichungssystem. Die Lösungen des homogenen Gleichungssystems ergeben die Eigenschwingformen und Eigenfrequenzen der Struktur. Im höherfrequenten Bereich nimmt die Anzahl der Schwingungsmoden stark zu, eine exakte Betrachtung wird dementsprechend immer aufwändiger. Durch statistische Mittelung über viele Eigenschwingformen kann das Problem wieder vereinfacht und die Rechenzeit begrenzt werden. Hier setzt die statistische Energieanalyse (SEA) an. Die damit verbundene Näherung ist jedoch nur exakt genug, wenn die Zahl der Resonanzen entsprechend groß und damit die Frequenz oberhalb von ca. 500 Hz liegt. Während sich die typischen Frequenzbereiche von MKS- und FEM-Berechnungen weit überlappen, setzt die SEA erst oberhalb des praktisch nutzbaren Frequenzbereiches der FEM von maximal ca. 200 Hz ein. Man spricht daher vom „Mid-Frequency-Gap“ zwischen 200 Hz und 500 Hz. Dieses durch geeignete Methoden zu schließen ist derzeit noch Gegenstand der Forschung.

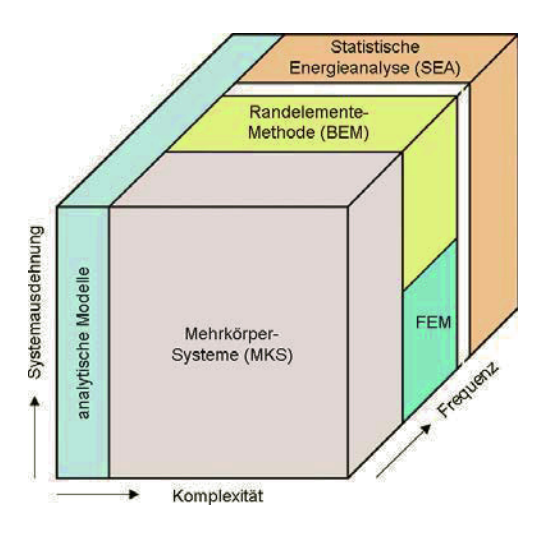


Bild 15-1: Gängige Analyseverfahren und deren typische Anwendungsbereiche

15.1 Mehrkörpersimulation (MKS)

Mehrkörpersimulation findet bei der Berechnung des dynamischen Systemverhaltens in der Fahrzeugtechnik vielfältige Anwendung. Einsatzgebiete sind dabei sowohl die Fahrdynamik-Analyse (Handling) als auch Komfortuntersuchungen (Ride, NVH). Im Antriebsbereich werden z.B. der Triebstrang und der Ventiltrieb mit Hilfe von MKS-Analysen ausgelegt.

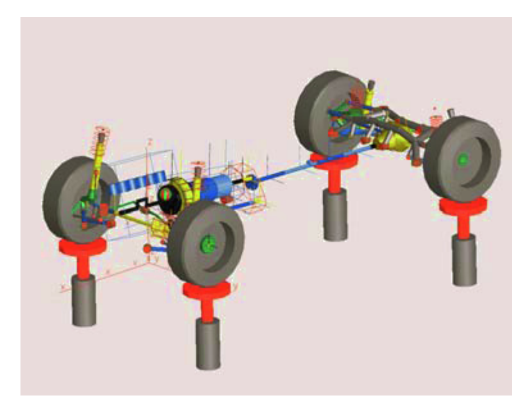


Bild 15-2: MKS Modell von Triebstrang und Fahrwerk mit Hydropulsanregung

Ein dynamisches Mehrkörpersystem besteht aus einer Anzahl von Starrkörpern, die durch Gelenke (kinematische Bindungen) geometrisch, oder durch Feder-/ Dämpferelemente (physikalische Bindungen) über Kräfte miteinander gekoppelt sind. Starrkörper besitzen eine Geometrie und eine definierte Dichte, über die der Schwerpunkt des Körpers definiert ist. Nach dem Satz von Euler ist die Bewegung der Starrkörper durch die Bahnbewegung (Position) und die Drehbewegung (Orientierung) definiert. Position und die Orientierung eines Körpers im Raum können z.B. durch einen globalen Positionsvektor $\vec{P}$ und einen lokalen Rotationsvektor $\vec{R}$ beschrieben werden.

$$\vec{P} = \begin{pmatrix} P_1 & P_2 & P_3 \end{pmatrix}^T$$

$$\vec{R} = \begin{pmatrix} \varphi & \vartheta & \psi \end{pmatrix}^T$$

Ein Körper besitzt daher grundsätzlich 6 unabhängige Bewegungsmöglichkeiten (Freiheitsgrade). Die Gelenke stellen Zwangsbedingungen dar, welche die Freiheitsgrade bei den Bewegungsmöglichkeiten der Körper einschränken und damit Zwangskräfte auf die Körper ausüben. Sie bestimmen die Kinematik des Systems, während die physikalischen Bindungen für das dynamische Verhalten maßgeblich sind. Die Simulation elastischer Lager setzt z.B. voraus, dass die Körper nicht durch Sperrung von Freiheitsgraden verbunden sind, sondern dass jede Relativbewegung der Körper eine definierte Kraft bewirkt. Der Zusammenhang zwischen Relativbewegung und Kraftwirkung kann z.B. durch funktionale Ausdrücke oder Kennlinien hergestellt werden.

Die Bewegungsgleichungen können z.B. beim Ansatz nach Newton-Euler durch das Kräfte- und Momentengleichgewicht formuliert werden:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{M} = [I] \cdot \dot{\vec{\omega}} + \vec{\omega} \times [I] \cdot \vec{\omega}$$

Trägheitsmatrix $[I]$ und Momentvektor $\vec{M}$ sind hier auf den Massenmittelpunkt der Körper bezogen. Beim Aufstellen der Bewegungsgleichungen wird neben der „klassische Mechanik“ auch das Prinzip von D'Alembert (Zwangskräfte verrichten keine Arbeit) und die Erweiterung auf nicht konservative Systeme (Lagrangesche Bewegungsgleichungen) angewendet. Dadurch werden meist weniger Parameter und Gleichungen erforderlich. Die Lösung des so ermittelten Gleichungssystems kann symbolisch zur Reduktion der Systemordnung als auch numerisch zur quantitativen Analyse erfolgen.

MKS Programmsysteme stellen aus dem geometrisch definierten Modell und den Zwangsbedingungen selbständig das Gleichungssystem auf und berechnen das kinematische und dynamische Systemverhalten im Zeitbereich. Als Ergebnis stehen alle Bewegungsgrößen und innere und äußere Kräfte zur Verfügung. Der Bewegungsablauf kann zusätzlich animiert werden. Zumeist werden im Automobilbereich kommerzielle Programmsysteme wie z.B. ADAMS, DADS oder Simpack eingesetzt.

In der Fahrzeugtechnik fand die Mehrkörpersimulation erst relativ spät Anwendung. Hemmnisse waren das teilweise stark nichtlineare Verhalten von Federn und Dämpfern, die komplexe Elastokinematik und die Schwierigkeit bei der ausreichend exakten Modellierung des Reifens für fahrdynamische Untersuchungen. Heute werden zusätzlich zu den „klassischen“ MKS-Elementen auch stark nichtlineare Gummilager, dynamische Hydrolager, fluiddynamische Dämpfermodelle, flexible Körper sowie weitere systemdynamisch komplexe Komponenten einbezogen. Bei der Modellierung komplexer Komponenten kommen sowohl physikalisch begründete als auch empirische Modelle zum Einsatz. Im ersteren Fall erfolgt die Nachbildung der Komponente in einem komplexen Ersatzmodell aus der Bauteilgeometrie und Materialeigenschaften (Elastizitäten, Dämpfungsparametern und Massenbelägen), während im zweiten Fall eine Approximation der versuchstechnisch ermittelten Kennlinien durch mathematische Funktionen erfolgt (Kennlinien-Modelle).

Angesichts der hohen Modellierungsgüte der Fahrwerks- und Gesamtfahrzeugmodelle stellt sich mehr denn je die Frage nach einer geeigneten Reifenbeschreibung, da der Reifen wie kein anderes Bauteil das dynamische Systemverhalten mitbestimmt. Bisher gibt es aber kein Reifenmodell, das für alle Fragestellungen gleichermaßen gut geeignet ist. Auf der einen Seite existieren physikalisch orientierte Schwingungsmodelle und auf der anderen Seite empirisch ermittelte Handlingmodelle. Am populärsten ist sicher die „Magic Formula“ von Pacejka [2]. Diese ist eine rein mathematische Beschreibung des quasistationären Systemverhaltens und damit für hochdynamische Situationen nur bedingt anwendbar. Für Komfortuntersuchungen werden physikalisch begründete Modelle benötigt, die auch in Bereichen valide sind, die nicht durch Messungen belegt sind und die auch bei kurzwelligen Straßenunebenheiten und Einzelhindernissen angewendet werden können. 2D-Komfort-Schwingungsmodelle (wie z.B. CTyre) können naturgemäß keine Seitenkräfte und damit keine Handling- und Sturzeinflüsse darstellen, während echte 3D-Strukturmodelle (DTyre, FTyre) sehr rechenzeitintensiv sind [1].

15.2 Struktur-Optimierung

Im Bestreben der Fahrzeughersteller, die Entwicklungszeiten zu verkürzen, spielen CA-Methoden eine immer größere Rolle. Ein Schlagwort hierbei ist Upfront-CAE – die zeitliche Vorverlagerung des Einsatzes von CA-Methoden in der funktionalen Fahrzeugentwicklung. Ziel ist es so früh wie möglich ein stimmiges Konzept hinsichtlich der an das Fahrzeug gestellten Anforderungen, wie zum Beispiel Schwingungskomfort und Akustik, zu erarbeiten. Überproportional höhere Kosten bei späteren Konzeptänderungen sowie Untersuchungen an teueren Hardwareprototypen werden dabei vermieden. In der Fahrzeugentwicklung wird in diesem Rahmen schon seit langem die Strukturberechnung und -optimierung mittels Finite-Elemente-Methoden (FEM) eingesetzt. Dies beginnt in den allerersten Konzeptentwicklungsphasen mit der Erarbeitung und Bewertung von Konzeptvarianten, bis hin zur detaillierten Auslegung und Optimierung in der Serienentwicklung eines neuen Fahrzeugs.

Ein Finite-Elemente-Modell für die Konzeptphase ist dabei anders zu gestalten als ein Modell für die Serienentwicklung. So wird eine detaillierte CAD-

Geometrie nicht benötigt und steht auch oft nicht zur Verfügung. Als Grundsatz für die Modellerstellung gilt „so grob wie möglich, so fein wie nötig“. Unter diesen Gesichtspunkten fehlender Geometriedefinitionen, größtmöglicher Flexibilität in der Modellerstellung und der Forderung nach Aussagen in kurzer Zeit, ist die Simulation mit Balken-Schalen-FE-Modellen eine sehr effektive Methode.

Das Ziel dieser Konzeptuntersuchungen und Optimierungen besteht darin, globale Aussagen für das Gesamtfahrzeugkonzept hinsichtlich vorgegebener funktionaler Anforderungen, insbesondere Schwingungskomfort und Akustik, zu treffen. Dabei sind mögliche Gewichts- und Bauraumpotenziale auszuweisen sowie vergleichende Konzeptvariantenuntersuchungen durchzuführen.

Bei der Verwendung von Balken-Schalen-FE-Modellen erfolgt die Aufteilung des Fahrzeugs nicht topologisch, sondern nach funktionalen Gesichtspunkten in Träger und Blechfelder. Ein Beispiel für eine typische Trägerstruktur ist der Schweller oder auch die B-Säule, während das Fahrzeugdach eine typische Blechfeldstruktur darstellt. Die Blechfeldstrukturen werden mit Schalenelementen (2D-Elementen) und die Trägerstrukturen mit Balkenelementen (1D-Elementen) modelliert. In **Bild 15-3** ist ein Beispiel eines derartigen Balken-Schalen-FE-Modells einer Fahrzeugkarosserie dargestellt.

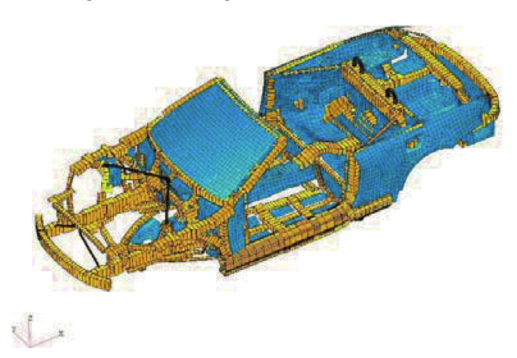


Bild 15-3: Balken-Schalen-Konzeptmodell eines Cabriolets

Diese Balken-Schalen-FE-Modelle sind besonders gut geeignet für so genannte Parameteroptimierungen. Bei den Schalenelementen kann nur die Schalendicke geändert werden, während bei den Balkenelementen die gesamte Balkenquerschnittsgeometrie über verschiedene beschreibende Parameter, wie Querschnittshöhe, -breite und zugeordnete Wandstärken verändert werden kann. Dies ermöglicht einen wesentlich größeren Freiraum für Design-Änderungen bei den Optimierungszyklen. Beispiele für parametrisierte Balkenquerschnitte sind in **Bild 15-4** dargestellt. Bislang war eine Abstrahierung auf äquivalente Standardquerschnitte, wie zum Beispiel Rechteck-, U- oder L-Profile, für die Parametrisierung notwendig Der äquivalente Standard-Rechteckquerschnitt abstrahiert den realen Balkenquerschnitt auf ein Rechteckprofil mit den Beschreibungsparametern Höhe H, Breite B und Blechstärke r. Seit kurzem ist auch eine geometrisch nahezu exakte parametrisierte Darstellung des Balkenquerschnitts im Rahmen der Konzeptoptimierung möglich.

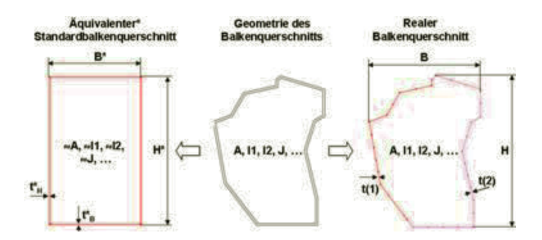


Bild 15-4: Parametrisierte Balkenquerschnittsgeometrie

Aus dem Wirkkettenverständnis sämtlicher kundenrelevanten funktionalen Anforderungen sind in der Fahrzeugentwicklung verschiedene Standardlastfälle für die Auslegung und Optimierung der Karosseriestruktur definiert worden. Wichtig hinsichtlich Schwingungskomfort und Akustik sind dabei z.B. die globalen statischen und dynamischen Karosseriesteifigkeiten (Kapitel 4.4). Hohe statische Steifigkeit geht einher mit hoher dynamischer Steifigkeit, die sich in der Qualität des Schwingungsverhaltens eines Fahrzeugs ausdrückt. Die globale statische Steifigkeit wird anhand globaler Biege- und Torsionslastfälle bewertet, wobei für die globale dynamische Steifigkeit die Frequenzlage und Schwingform der ersten globalen Eigenschwingformen überwacht werden. Ein weiterer Lastfall ist der Schwingungspegel am Lenkrad. Um durch Resonanzen mit der Struktur verursachte Lenkradvibrationen gering zu halten, darf die Amplitude der Lenkradschwingung einen Maximalwert nicht überschreiten.

Zu diesen Steifigkeits- und NVH-Lastfällen können außerdem noch verschiedene linearisierte Crash-Lastfälle wie Frontalcrash und Überschlag hinzukommen. Ziel hierbei ist die Struktur so auszulegen, dass im Crash-Fall die Fahrgastzelle erhalten bleibt und nicht kollabiert.

Als nächster Schritt erfolgt der Aufbau des Optimierungsmodells (Design-Modell). Dazu sind zunächst die Design-Variablen, Querschnittshöhe, -Breite und Blechwandstärken zu erstellen und mit den Balkenquerschnitten zu verknüpfen. Die minimalen und maximalen Grenzen der Design-Variablen können dabei von produktionstechnischen Randbedingungen, wie zum Beispiel minimale fertigbare Blechwandstärke,

Bauraumrestriktionen oder funktionalen Anforderungen bestimmt sein. Für die komplette Karosseriestruktur ergeben sich somit ca. 1500 Design-Variablen. Hinzu kommen einige tausend Konstruktionsrandbedingungen (Design-Constraints) wie z.B. Wandstärkensprünge oder Höhen-Seitenverhältnisse. Die Design-Variablen zusammen mit den Design-Constraints stellen den ‚Freiraum' für die Optimierung da.

Das Optimierungsmodell wird dann vervollständigt mit der Formulierung einer Zielfunktion. Ziel der Optimierung ist im Design-Freiraum der Struktur eine optimale Struktur zu ermitteln, die bei minimalem Gewicht alle Anforderungen und Nebenbedingungen der einzelnen Lastfälle erfüllt. Dafür wird die Vielzahl von Nebenbedingungen zu Kategorien zusammengefasst und zusammen mit den einzelnen Teilzielen mit Straftermen und Gewichtungsfaktoren in einer globalen Zielfunktion dargestellt.

Eine Parameteroptimierung eines solchen Karosseriekonzeptmodells liefert in der Regel eine große Datenmenge an Ergebnissen die über spezifische grafische Auswerteverfahren zu interpretieren sind. In **Bild 15-5** sind zum Beispiel die Veränderungen der Balkenquerschnittsdimensionen nach der Optimierung relativ zum Ausgangszustand dargestellt. Deutlich ersichtlich sind die Bereiche der Struktur, in denen in Form von Bauraum- oder Blechwandstärkenveränderungen entweder Verstärkungsmaßnahmen notwendig sind oder Materialeinsparpotenziale gefunden wurden.

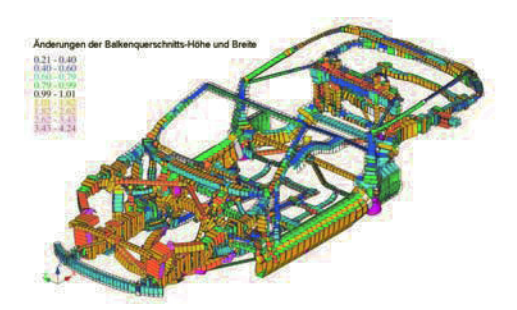


Bild 15-5: Veränderung der Balkenquerschnittsdimensionen nach Optimierung, relativ zum Ausgangszustand

Mit diesen Ergebnissen der Auslegungsoptimierung – in der Regel zusammen mit Potenzial- und Schwachstellenanalysen an verschiedener Konzeptvarianten – ist es nun möglich, in einer sehr frühe Entwicklungsphase wichtige Empfehlungen für das Gesamtfahrzeugkonzept hinsichtlich einer Vielfalt von kundenrelevanten Anforderungen zu geben.

15.3 Akustik-Berechnung (FEM)

Die verfügbare Performance bei der Computersimulation erlaubt mittlerweile Netzfeinheiten und -detaillierungen in den Finite-Elemente Modellen, die – im Prinzip – eine Simulation der akustischen Eigenschaften von Fahrzeugen bis in den Frequenzbereich von mehreren 100 Hz möglich macht. Die CAD-gestützte Erstellung entsprechender FE-Modelle von Karosseriestruktur, Interieur, Achsen und Antrieb mit insgesamt weit über zwei Millionen Elementen ist heute Stand der Technik (**Bild 15-6**).

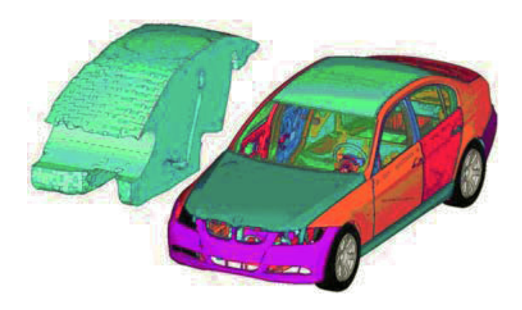


Bild 15-6: FE-Feinmodell eines PKW der Mittelklasse mit 2 Mio. Elementen, Struktur und Innenraumkavität

Dies ist die positive Sicht. Richtig ist nämlich auch, dass es nach heutigem Stand nicht möglich ist, das vom Passagier wahrgenommene Fahrgeräusch auch nur für einen Betriebsfall im Detail quantitativ zu prognostizieren. Mehr noch, dies ist nicht einmal ein sinnvolles Ziel. Eine solche Prognose würde nämlich einen Reifegrad in der Konstruktion, sowie in der Beschreibung von frequenz- und temperaturabhängigen Materialeigenschaften erfordern, die eine sinnvolle Verwendung der Ergebnisse für den Entwicklungsprozess schon rein zeitlich unmöglich macht.

Die Kunst eines möglichst wertschöpfenden Entwicklungsprozesses besteht also in der geeigneten Balance zwischen Detaillierung und Prognosegüte auf der einen Seite, und Robustheit gegenüber Unschärfen, Zeit- und Kostenzwängen im Projekt auf der anderen Seite.

Ausgehend von den mathematischen Grundlagen der Akustiksimulation soll dieser Sachverhalt anhand einiger in diese Simulation eingehenden physikalischen Größen vertieft werden. Im Anschluss werden dann Möglichkeiten eines Auslegungsprozesses aufgezeigt, welche zwar nicht mehr direkt das Fahrgeräusch adressieren, aber im Sinne einer robusten und vor allem rechtzeitigen Aussage geeignet sind, die Fahrzeugauslegung zielführend zu unterstützen.

15.3.1 Modale Gleichungen

Die Simulation des Körperschallanteiles im Fahrzeuginnengeräusch basiert auf gekoppelten Finite-Elemenete-Modellen der Karosseriestruktur und des Luftfluids. Die Bewegungsgleichungen dafür lassen sich wie folgt darstellen:

$$\begin{pmatrix} M_s & 0 \\ -C & M_f \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \ddot{U} \\ \ddot{P} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_s & 0 \\ 0 & B_f \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \dot{U} \\ \dot{P} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} K_s & C^T \\ 0 & K_f \end{pmatrix}\begin{pmatrix} U \\ P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F \\ 0 \end{pmatrix}$$

Dabei bezeichnet *M* die Masse-Matrix, *B* die Dämpfungs- und K die Steifigkeits-Matrix von Struktur (Index *s*) und Fluid (Index *f*). *U* sind die Verschiebungen der Struktur, *P* die Drücke im Fluid und *F* die äußeren Kräfte an den Krafteinleitungsstellen, also den Anbindungspunkten von Antrieb und Fahrwerk. Die Matrix *C* beinhaltet im wesentlichen die Flächennormalen an den Kontaktflächen zwischen Struktur und Fluid und koppelt damit deren Bewegungsgleichungen.

Die Gleichung lässt sich symmetrisieren. Dazu differenziert man die erste Zeile nach der Zeit, multipliziert die zweite Zeile mit –1 und substituiert die Zeitableitung der Verschiebung *U* durch die Geschwindigkeit *V*. Nach anschließender Fourier-Transformation (symbolisiert durch ^) erhält man die Bestimmungsgleichungen für die akustisch relevanten Größen *P* im Fluid und Körperschallschnelle *V* in der Struktur, ω ist die Kreisfrequenz.

$$\left(-\omega^2\begin{pmatrix} M_S & 0 \\ 0 & -M_f \end{pmatrix} + i\omega\begin{pmatrix} B_S & C^T \\ C & -B_f \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} K_S & 0 \\ 0 & -K_f \end{pmatrix}\right)\begin{pmatrix} \hat{V} \\ \hat{P} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i\omega\hat{F} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Damit sind die Bewegungsgleichungen des gekoppelten Fluid-Struktur Systemes in ein algebraisches Gleichungssystem mit symmetrischen und positiv definiten Systemmatrizen überführt. Die Größe dieser Matrizen, und damit die Anzahl der zu lösenden Gleichungen ist gleich der Anzahl der im FE-Modell abgebildeten Freiheitsgrade. Dies sind oft einige Millionen. Darüber hinaus ist dieses Gleichungssystem für jede Frequenz gesondert zu lösen.

Durch Transformation in den Modalraum lässt sich die Dimension dieses Gleichungssystemes auf die Anzahl der im untersuchten Frequenzbereich relevanten Eigenschwingungsformen reduzieren. Dazu sind die Eigenvektoren Φ_S und Φ_F der ungekoppelten Subsysteme Struktur und Fluid zu ermitteln. Die Transformation in den Modalraum erfolgt dann über die Gleichungen

$$\hat{U} = \Phi_\varepsilon \ \hat{u} \quad , \hat{P} = \Phi_S \ \hat{p} \quad , \hat{f} = \Phi_S \ \hat{F}$$

$$m_{S,F} = \Phi_{S,F}^{\ T} \ M_{S,F} \ \Phi_{S,F}$$

$$b_{S,F} = \Phi_{S,F}^{\ T} \ B_{S,F} \ \Phi_{S,F}$$

$$k_{S,F} = \Phi_{S,F}^{\ T} \ K_{S,F} \ \Phi_{S,F}$$

$$c = \Phi_F^{\ T} \ C \ \Phi_S$$

mit den modalen Massen-, Steifigkeits- und Dämpfungsmatrizen von Struktur und Fluid. Erstere beide sind reine Diagonalmatrizen. Für den i-ten Platz auf der Diagonale gilt:

$$c^i_{S,F} \Big/ m^i_{S,F} = \left(2\pi f^i_{S,F}\right)^2$$

mit der i-ten Eigenfrequenz von Struktur, bzw. Fluid.

Einsetzen ergibt schließlich die gekoppelten modalen Gleichungen:

$$\left(-\omega^2\begin{pmatrix} m_S & 0 \\ 0 & -m_f \end{pmatrix} + i\omega\begin{pmatrix} b_S & c^T \\ c & -b_f \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k_S & 0 \\ 0 & -k_f \end{pmatrix}\right)\begin{pmatrix} \hat{u} \\ \hat{p} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{f} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Basis dieser Gleichungen sind die Eigenvektoren Φ_S und Φ_F. Als Beispiel dazu sind in **Bild 15-7** jeweils die ersten vier globalen Eigenschwingungsformen von Struktur und Fluid dargestellt.

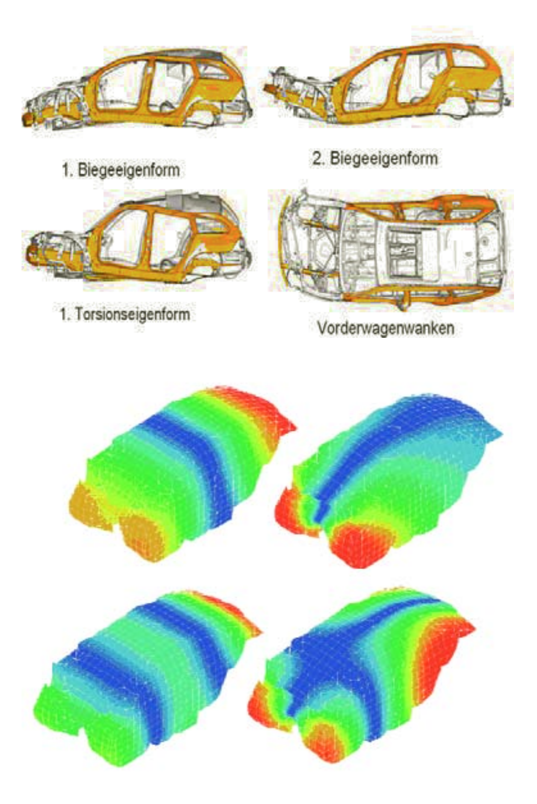
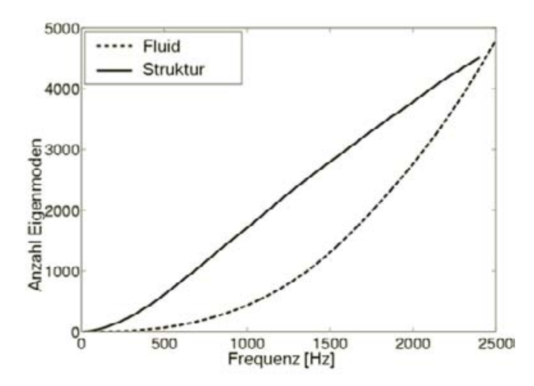


Bild 15-7: Globale Eigenschwingungsformen von Struktur (oben) und Fluid (unten)

Der Rechenaufwand hängt in erster Linie von der Anzahl der für die Lösung der modalen Gleichung benötigten Eigenmoden ab. Als grobe Faustregel kann gelten, dass zur Simulation des akustischen Verhaltens bei einer Frequenz f_0 mindestens alle Eigenmoden mit einer Eigenfrequenz kleiner als $1{,}5f_0$ ermittelt und zur Lösung der gekoppelten modalen Gleichung herangezogen werden. Wie in **Bild 15-8** zu sehen, überwiegen für Frequenzen unterhalb von 1000 Hz die Eigenmoden der Struktur bei weitem. Als Beispiel ist hier das gekoppelte Schwingungsverhalten bei 200 Hz unter Berücksichtigung von 400 Struktur- und 20 Fluidmoden angegeben.



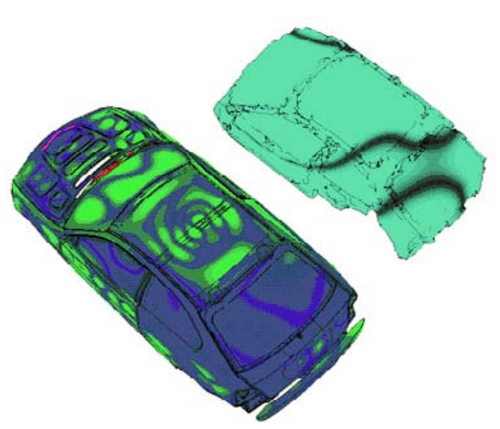


Bild 15-8: Eigenmoden in Abhängigkeit von der Frequenz mit einem Beispiel für eine gekoppelte Simulation bei 200 Hz

Vorstehend wurde hergeleitet, wie bei gegebenen Eigenschaften des Systems – aus Sicht der Simulation also bei gegebenen Massen-, Dämpfungs- und Steifigkeitsmatrizen – das Akustik- und Schwingungsverhalten berechnet werden kann. Für homogene, metallische Werkstoffe ist die Breitstellung ausreichend genauer Daten hierzu auch kein größeres Problem. Die Herausforderungen stecken in Inhomogenitäten an den Verbindungsstellen, sowie in den temperatur- und frequenzabhängigen Materialeigenschaften nichtmetallischer Werkstoffe. Hiervon ist neben der Steifigkeit vor allem die Dämpfung betroffen (Kapitel 6.2.6).

15.3.2 Äquivalente abgestrahlte Schallleistung

Die Entstehung des Fahrzeuginnengeräusches (genauer, dessen Körperschallanteil) lässt sich als eine Kette von Wirkungsmechanismen darstellen. Jeder dieser Mechanismen kann in Blockschaltbildform – mit jeweils definierter Zuordnung von Eingangs- und Ausgangskenngrößen der verschiedenen Blöcke – dargestellt werden. Diese Übertragungspfade sind von primärer Bedeutung hinsichtlich der Geräuschübertragung im Frequenzbereich der dominanten Motorordnungen, also etwa bis 500 Hz.

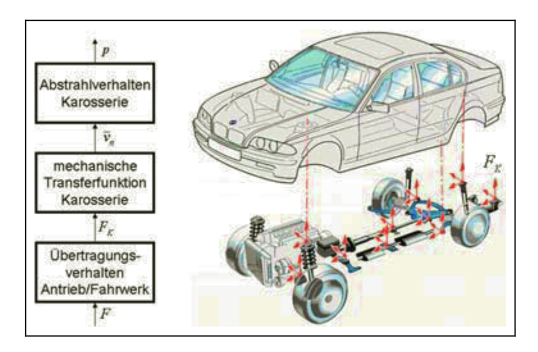


Bild 15-9: Wirkkette für den Körperschallanteil am Fahrzeuginnengeräusch

Mit Bezug auf diese Übertragungskette kann für die im Fahrzeuginnenraum erzeugten Schalldrücke $\underline{p}(\omega)$ geschrieben werden:

$$\underline{p}(\omega) \quad = \quad \underline{\underline{H}}(\omega) \cdot \underline{\underline{c}}(\omega) \cdot \underline{\underline{G}}(\omega) \cdot \underline{F}(\omega) \quad ,$$

mit

$\underline{F}(\omega)$: Vektor der frequenzabhängigen Betriebserregerkräfte im Antriebsstrangsystem, wie zum Beispiel Trägheits- und Gaswechselkräfte, sowie der aus Straßen- und Unwuchterregung resultierenden Kräfte,

$\underline{\underline{G}}(\omega)$: Frequenzgangmatrix des Übertragungsverhaltens zwischen den Betriebserregerkräften des Antriebsstranges und den Auslenkungen der antriebsstrangseitigen Koppelpunkte zur Karosserie,

$\underline{\underline{c}}(\omega)$: frequenzabhängige Diagonalmatrix der dynamischen Steifigkeiten der Lager zwischen Antriebsstrang und Karosserie,

$\underline{\underline{H}}(\omega)$: Frequenzgangmatrix des mechanisch-akustischen Übertragungsverhaltens zwischen den Karosserie-Anregungskräften und den Schalldrücken an definierten Positionen im Fahrzeuginnenraum.

Alle oben aufgeführten Größen sind komplex, das heißt phasenbehaftet. Es kann gezeigt werden, dass schon durch Änderung der wechselseitigen Phasenbeziehungen zwischen den einzelnen Primärkräften in Motor und Fahrwerk Streubänder im Schalldruck von etwa 6 dB entstehen.

Zur Reduzierung dieser Komplexität ist es gängige Praxis, je nach Phase und Reifegrad des Projektes geeignete Hilfs- und Komponentenziele zur Berücksichtigung der akustischen Anforderungen zur definieren. Diese orientieren sich an der oben beschriebenen Wirkkette. Als Beispiel soll hier auf das Hilfsziel ‚Äquivalente abgestrahlte Schallleistung' näher eingegangen werden. Dabei geht man von der maschinenakustischen Gleichung aus (Kapitel 6.1.4):

$$P(\omega) = Z_0 \cdot S \cdot \overline{v_n^2} \cdot \sigma(\omega)$$

v_n ist die Normalkomponente der Schwingschnelle auf der Oberfläche der Karosseriestruktur, S ist die Abstrahlfläche und σ ist der Abstrahlgrad. Werden die Beiträge der einzelnen infinitesimalen abstrahlenden Blechflächen addiert, d.h. die Auslöschungseffekte aufgrund der Phasenbeziehungen vernachlässigt, so kann der Abstrahlgrad $\sigma = 1$ gesetzt werden. Damit definiert sich die äquivalente abgestrahlte Schallleistung (ERP für equivalent radiated power) einer Karosseriesubstruktur als:

$$ERP(\omega) = Z_0 \cdot \omega^2 \cdot \int |u_n(\omega)|^2 \, ds$$

Der Vorteil dieses Vorgehens besteht zum einen darin, dass zur Simulation der ERP-Kurven akustische Effekte wie Absorption und Auslöschung nicht betrachtet werden, und damit auch keine Annahmen darüber getroffen werden müssen. Weiterhin ermöglicht dies eine robuste Mittelung der gewichteten Schwinggeschwindigkeiten über sinnvolle Karosseriebaugruppen **(Bild 15-10)**.

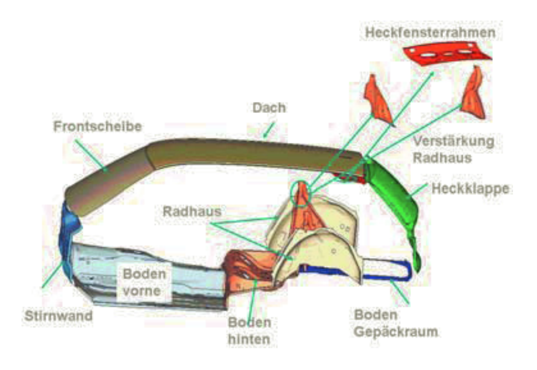


Bild 15-10: Beispiel für die Unterteilung der Karosserie in Baugruppen zur ERP-Simulation

Als Ergebnis dieses Verfahrens erhält man einen ‚ERP-Fingerprint' der Karosseriestruktur **(Bild 15-11)**: Im unteren Diagramm sind hier im Frequenzbereich bis 400 Hz die äquivalenten abgestrahlten Schallleistungen für einzelne Karosseriebaugruppen, sowie deren Summe dargestellt. Dies liefert einen schnellen Überblick über eventuell kritische Blechfeldschwingen. Das obere Diagramm zeigt die zugehörigen berechneten Schalldruckkurven für die Passagierplätze, sowie die Eigenfrequenzen der Fluidmoden des Fahrzeuginnenraumes.

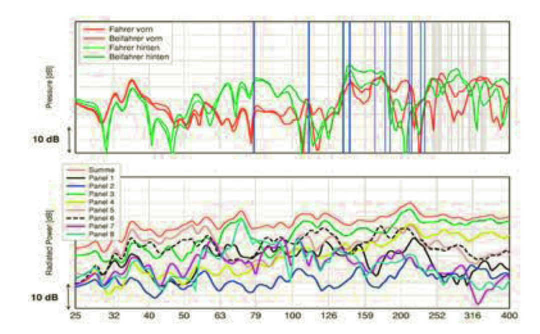


Bild 15-11: Beispiel ERP-‚Fingerprint' einer Karosseriestruktur

15.4 Boundary Element Methode (BEM)

Bei der Boudary Element Methode (BEM) wird im Gegensatz zur „klassischen" Finite Elemente Methode im Rahmen der Diskretisierung des Problems nicht der ganze Betrachtungsraum sondern nur die Oberfläche modelliert (Randwertverfahren). Dadurch kann das Problem um eine Ordnung (3D → 2D) reduziert und die Anzahl der Freiheitsgrade drastisch eingeschränkt werden. Damit wird eine einfache Aufbereitung des Rechennetzes aus den CAD-Daten möglich [4].

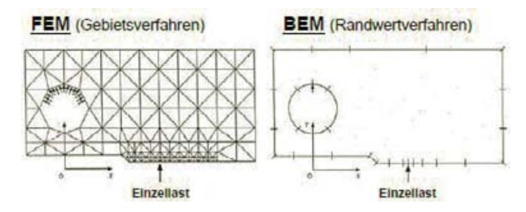


Bild 15-12: Gegenüberstellung Diskretisierung FEM/BEM

In einem ersten Schritt werden nun die Randwerte auf der Oberfläche (z.B. Schalldruck oder Schallschnelle) bestimmt. In einem zweiten Schritt, ausgehend von diesen Randbedingungen, die Schallausbreitung im umgebenden Fluid auf Basis der bekannten Funda-

mentallösung für die Schallausbreitung ermittelt (Kapitel 5.2.2). Mit dieser Methode ist die Modellierung und Berechnung unendlich ausgedehnter Gebiete leicht möglich, was speziell bei der Schallausbreitung im Luftraum außerhalb der Fahrgastzelle relevant ist. Dementsprechend wird BEM vorteilhaft insbesondere für die Berechnung des Vorbeifahrgeräusches eingesetzt.

Das Vorbeifahrgeräusch eines Fahrzeugs setzt sich aus den Beiträgen Antriebsgeräusch und Reifen-Fahrbahngeräusch zusammen (Kapitel 14). Abweichend von der rein energetischen Summation der Einzelbeiträge erzeugen die weitgehend kohärenten Teilquellen von Ansaug- und Schalldämpfermündung ein interferierendes Schallfeld und damit Welligkeiten im Vorbeifahrpegel. Mit der Transferpfadanalyse (Kapitel 16.4) kann der Schalldruckpegel p_M am Mikrofonpunkt phasenrichtig aus dem Schalldruck der Ansaug- und der Schalldämpfermündung (p_{AM}, p_{SM}) aufaddiert werden:

$$p_M = p_{AM} \cdot TF_{AM} + p_{SM} \cdot TF_{SM}$$

Die Transferfunktionen von der Ansaug- und Schalldämpfermündung zum Mikrofonpunkt (TF_{AM}, TF_{SM}) können sowohl experimentell als auch rechnerisch ermittelt werden. An Stelle der Messung der FRFs bietet sich deren Berechnung mittels der Boundry Element Methode an. Das BEM-Netz wird dabei abhängig von dem interessierenden Frequenzbereich in angemessener Feinheit über die Fahrzeugstruktur gelegt. Die Oberfläche wird als schallhart definiert.

Beispiele von so berechneten FRFs in **Bild 15-14** für die Abstrahlung von der Schalldämpfermündung zu ausgewählten Aufpunkten an den Vorbeifahrmikrofonen zeigen, dass der charakteristische Frequenzgang in Rechnung und Messung gut harmoniert. Die verbleibenden Abweichungen in der Frequenzlage von Maxima und Minima sind unerheblich für die Bewertung durch Terz- oder Summenpegel. Bei der Synthese des Schallpegelverlaufs für einen Mikro-

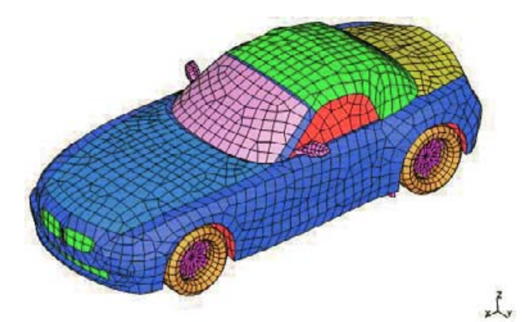


Bild 15-13: BEM-Netz der Oberflächenstruktur eines Fahrzeugs

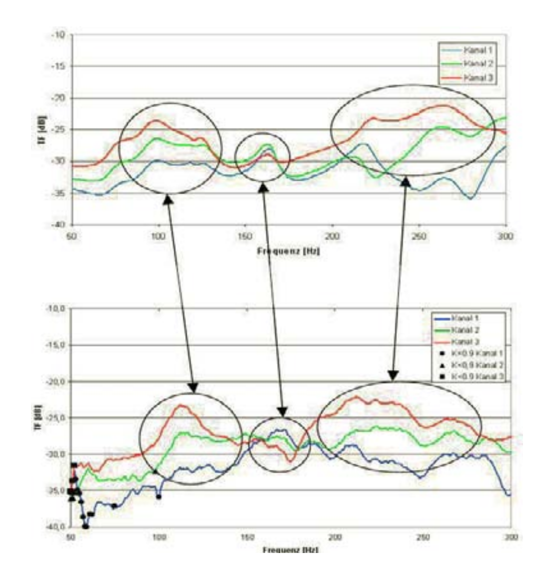
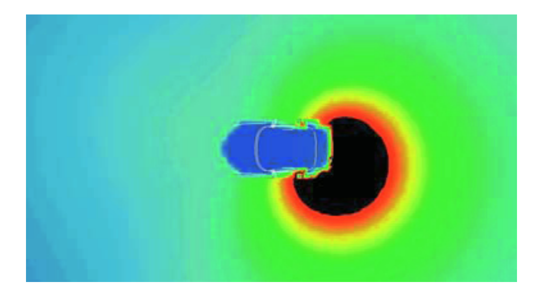


Bild 15-14: Gemessene und mit BEM berechnete FRFs im Vergleich

fonpunkt im Außengeräusch ergeben sich damit ausreichend gute Übereinstimmungen zwischen Messung und Rechnung **(Bild 15-16)**. Die verbleibenden Abweichungen sind nicht zuletzt durch die Restreflektivität des Semi-Freifeldraums verursacht.

In der Fahrzeugkonzeption kann diese Berechnungsmethode zur Bewertung von Vorbeifahrpegeln, etwa zur Beurteilung des Einflusses der (virtuellen) Fahr-



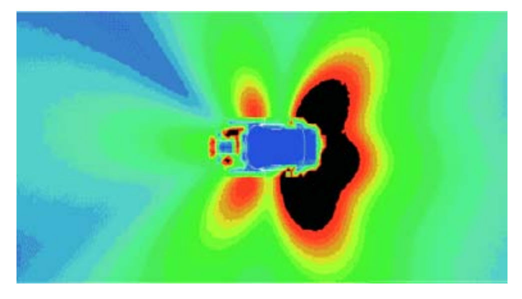


Bild 15-15: Mit BEM berechnete horizontale Schallfeldverteilung des Mündungsgeräusches bei 30 Hz (oben) und 115 Hz (unten)

zeugform, herangezogen werden, wie die beobachteten Beugungseffekte für eine simulierte Schalldämpfermündungsquelle nahe legen **(Bild 15-15)**. Offensichtlich werden bei dieser Schallfeldverteilung die Kavitäten im Bereich des Motorraumes und des Unterbodens an die Umgebung des Fahrzeugs angebunden. Die Modellierungsgüte ist an die jeweilige Fragestellung anzupassen.

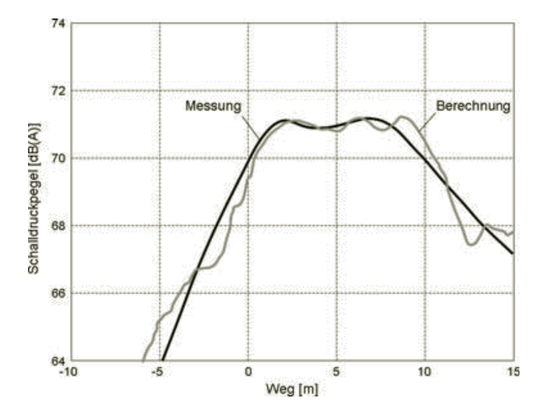


Bild 15-16: Vergleich Vorbeifahrgeräusch gemessen und berechnet mit BEM

Bei der rechnerischen Auslegung von Abgasanlagen stehen die durch den Gaswechsel angeregten Mündungsschalle zur Verfügung. Mit der hier vorgestellten Methode kann deren Abstrahlung ebenfalls rechnerisch weiterverfolgt werden. Im Berechnungsmodell besteht zusätzlich die weitergehende Möglichkeit der Anbindung von Oberflächenschnellen der angrenzenden Strukturen (gewonnen etwa aus FEM-Analysen) als zusätzliche Luftschallquellen. Dem entsprechend kann der berechnete Schalldruck an den begrenzenden Flächen des Fahrzeuginnenraumes auch zur Bewertung von Einflüssen des Außenschalls auf die Innenraumakustik dienen.

15.5 Statistische Energieanalyse (SEA)

Die statistische Energieanalyse (SEA) ist, wie der Name schon ausdrückt, ein statistisches Berechnungsverfahren, bei dem mit Erwartungswerten der gespeicherten Energien und ausgetauschten Leistungen zwischen gekoppelten schwingungsfähigen Systemen gerechnet wird. Auf eine exakte Berechnung der Schallwellen nach Betrag und Phase, wie es in der wellentheoretischen Akustik üblich ist, wird dabei verzichtet. Es wird vielmehr in einem betrachteten Subsystem von einer gewissen Anzahl von Schwingungsmoden mit der Modendichte $\Delta N/\Delta f$ und dem gesamten Energieinhalt W ausgegangen. Um eine gewisse statistische Sicherheit zu erreichen, muss über möglichst viele Moden gemittelt werden. Deshalb wird über einen ausreichen großen Frequenzbereich, gewöhnlich Terzen oder Oktaven, gemittelt. In diesem Bereich sollte eine Mindestanzahl von Resonanzfrequenzen liegen. Diese Mindestanzahl wird in der Literatur mit sehr unterschiedlichen Werten angegeben, ein guter Anhaltspunkt ist dabei der Wert von $\Delta N = 6$ Moden pro Frequenzband Δf. Bei dreidimensionalen Kavitäten, wie sie bei der Luftschallübertragung vorliegen, steigt die Modendichte nach Kapitel 5.6 quadratisch mit der Frequenz an:

$$\frac{\Delta N}{\Delta f} \approx 4\pi \cdot V \cdot \frac{f^2}{c_0^3}$$

Berücksichtigt man den Zusammenhang zwischen Bandmittenfrequenz f_m und Bandbreite Δf bei Terz- und Oktavfiltern:

$$\Delta f = 0{,}71 \cdot f_m \qquad \text{Oktavfilter}$$

$$\Delta f = 0{,}11 \cdot f_m \qquad \text{Terzfilter}$$

so kann die notwendige Mittenfrequenz bestimmt werden, damit innerhalb der Filterbandbreite die erforderliche Anzahl von Resonanzen enthalten sind **(Bild 15-17)**. Die Anwendbarkeit der SEA im Luftschallbereich ist damit auf Frequenzbereiche beschränkt, die oberhalb dieser Filterfrequenzen liegen. Je kleiner die Kavitäten werden, und je schmalbandiger die Betrachtung erfolgen soll, umso höher liegt diese Frequenzgrenze. In der Praxis kann von einem nutzbaren Frequenzbereich oberhalb von 400–500 Hz ausgegangen werden.

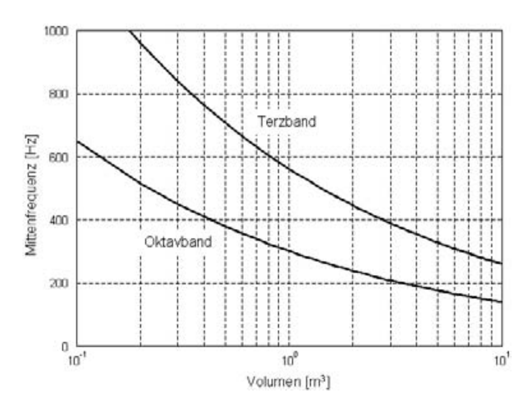


Bild 15-17: Bandmittenfrequenz von Terz- und Oktavfrequenzbändern die gerade 6 Moden enthalten

Ein einfaches Beispiel für die Methodik der SEA ist in **Bild 15-18** dargestellt. Die Elemente 1 und 3 stellen dort Sende- und Empfangsraum dar, während

Element 2 das Schwingsystem Trennwand repräsentiert. Der Verlustfaktor η_{12} beschreibt in diesem Fall die resonante Anregbarkeit von Biegewellen in der Trennwand, η_{23} die Abstrahlung der Trennwand in den Empfangsraum und η_{13} die nicht resonante Übertragung von Raum 1 nach Raum 3 infolge des Massengesetzes.

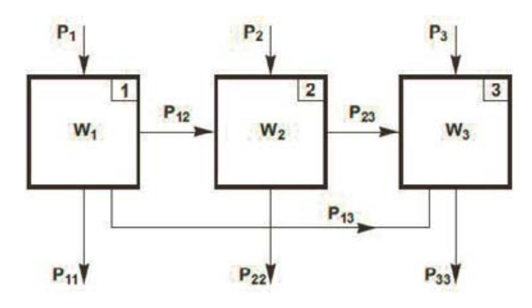


Bild 15-18: SEA-Modell einer Trennwand (2) zwischen Senderaum (1) und Empfangsraum (3)

Wenn z.B. in dem Körper 1 keine Leistung P_1 mehr zugeführt wird, erfolgt infolge der dissipativen Verluste eine exponentielle Abnahme der gespeicherten Energie. Die Verluste werden durch den *Dämpfungsverlustfaktor* η_1 charakterisiert:

$$P_{11} = -\frac{\partial W_1}{\partial t} = \omega \cdot \eta_1 \cdot W_1$$

Bei zwei gekoppelten multimodalen Schwingsystemen mit der Modenanzahl N_1 und N_2 wird Schwingungsenergie von Mode zu Mode übertragen. Die pro Schwingung ausgetauschte Energie ist proportional zur Differenz der modalen Energien:

$$P_{1\leftrightarrow 2} \sim \omega \cdot N_1 \cdot N_2 \cdot \left(\frac{W_1}{N_1} - \frac{W_2}{N_2} \right)$$

Die zwischen System 1 und 2 übertragene Leistung kann damit auch in Abhängigkeit von *Kopplungsverlustfaktoren* η_{12} und η_{21} formuliert werden:

$$P_{1\leftrightarrow 2} = \omega \cdot \left(\eta_{12} \cdot W_1 - \eta_{21} \cdot W_2 \right) = P_{12} - P_{21}$$

Die Energiebilanz für das System von **Bild 15-18** ergibt sich damit wie folgt:

$$\begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{pmatrix} = \omega \cdot \begin{bmatrix} \eta_{11} & -\eta_{21} & -\eta_{31} \\ -\eta_{12} & \eta_{22} & -\eta_{32} \\ -\eta_{13} & -\eta_{23} & \eta_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \end{pmatrix}$$

$$(P) = \omega \cdot [\eta] \cdot (W) \qquad (15\text{-}1)$$

mit dem Gesamtverlustfaktor von System 1:

$$\eta_{11} = \eta_1 + \eta_{12} + \eta_{13}$$

bzw. allgemein

$$\eta_{ii} = \eta_i + \sum_{j \neq i} \eta_{ij}$$

Mit dem SEA-Modell kann nun der Energiepegel jedes Subsystems berechnet werden, wenn man die Verlustfaktoren und die eingespeiste Leistung kennt. Als Ergebnis der Berechnungen erhält man die gesamte Schwingungsenergie im betrachteten Frequenzband. Daraus können dann die interessierenden dynamischen Größen berechnet werden. Mathematisch erhält man den Energiepegel, indem man Formel 15-1 nach der Energie auflöst:

$$(W) = \frac{1}{\omega} \cdot [\eta]^{-1} \cdot (P)$$

Für den Zusammenhang zwischen dem räumlich gemittelten Effektivwert des Schalldrucks und der Energie in einer Kavität mit dem Volumen V_i und der charakteristischen Impedanz z_0 erhält man:

$$W_i = \frac{V_i \cdot \langle p_i^2 \rangle}{Z_0^2}$$

Unter der Annahme, dass nur im Senderaum 1 Energie eingespeist wird ($P_2 = P_3 = 0$), errechnet sich z.B. aus obigen Gleichungen für den Isolationspegel zwischen System 1 und System 3:

$$L_I = 10 \lg \frac{W_1}{W_3} = 20 \lg \frac{\langle p_1 \rangle}{\langle p_3 \rangle}$$

$$L_I = 10 \lg \frac{(\eta_2 + \eta_{21} + \eta_{23}) \cdot (\eta_3 + \eta_{31}) + (\eta_2 + \eta_{21}) \eta_{32}}{\eta_{13} (\eta_2 + \eta_{21} + \eta_{23}) + \eta_{12} \eta_{23}}$$

Da die SEA die Subsysteme durch stark vereinfachte Annahmen beschreibt und dadurch die Anzahl der Parameter vergleichsweise klein bleibt, kann man z.B. Sensitivitätsanalysen recht einfach durchführen und so dominante Schallpfade erkennen bzw. das Systemverhalten optimieren. Dies ist ein erheblicher Vorteil gegenüber anderen numerischen Berechnungsmethoden. Allerdings ist die Unsicherheit der Analyse infolge der statistischen Berechnungsgrundlagen auch größer.

SEA-Anwendungen können in zwei Gruppen unterteilt werden:

- Experimentelle Untersuchung von Modellen
- Die Anwendung der analytischen SEA für Prognose-Rechnungen

Die experimentelle Untersuchung erfolgt hauptsächlich mit der sogenannten Power Injection Method (PIM). Die PIM erlaubt die Bestimmung von SEA-Parametern in situ, ohne dass man die Subsysteme entkoppeln muss, sowie die Bestimmung von Transmissionswegen. Grundlage dieser experimentellen SEA ist wie bei der analytischen SEA die Leistungsbilanz der einzelnen Subsysteme. Zur Bestimmung der Eingangsparameter wird Formel 15-1 jedoch nach der Matrix [η] aufgelöst, die die Dämpfungs- und Kopplungsverlustfaktoren beinhaltet:

$$[\eta] = \frac{1}{\omega} \cdot (P) \cdot (W)^{-1}$$

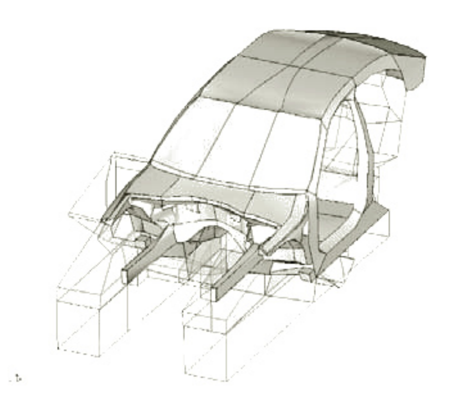
Daraus ergibt sich bereits, dass bei der Messung die Energien jedes Subsystems sowie die in jedes Subsystem eingeleitete Leistung bestimmt werden müssen. Normalerweise kann die Energie nicht direkt gemessen werden, sondern es wird die mittlere Beschleunigung einer Struktur oder der mittlere Schalldruckpegel einer Kavität erfasst.

Für die üblichen Dämmungs-, Dämpfungs- und Absorptionsmaterialien existieren bereits diverse Materialmodelle, mit deren Hilfe die Dämpfungsverlustfaktoren auf physikalische Grunddaten, wie z.B. Dichte, Elastizitätsmodul, Strömungswiderstand, usw. zurückgeführt werden können (**Tabelle 15-1**).

Die Kopplungen zwischen Lufträumen (Kavitäten) und Festkörpern sind detailliert untersucht und die Kopplungsverlustfaktoren gut bekannt. Kopplungen zwischen steifen Strukturen sind dagegen wesentlich problematischer, da der Energieaustausch bei höheren Frequenzen stark von geometrischen Details abhängt. Daher ist die Anwendung der SEA im Körperschallbereich auch heute noch eher Gegenstand von methodischen Grundsatzuntersuchungen, während sie sich

			Bauteil									
Materialparameter	Symbol	Einheit	Fluid	Masse biegeweich	Masse elastisch	Vlies (porös und biegeweich)		Schaumstoff (porös und elastisch)		Strukturteile (porös und starr)		Teppich
Verlustfaktor	η	[-]	x		x		x	x	x	x		
Dichte	ρ	[kg/m^3]	x	x	x			x	x			x
Viskosität	η	[kg/ms]										
Schallgeschwindigkeit	c	[m/s]	x									
Elastizitätsmodul	E	[N/m^2]			x			x	x			
Poissonzahl	μ	[-]			x			x	x			
Strömungswiderstand	σ	Ns/m^4]				x	x	x	x	x	x	x
Porosität	ε	[-]					x	x	x	x		
Tortuosity	τ	[-]					x	x	x	x	x	
Strukturfaktor		[-]									x	
Formfaktor		[-]						x		x		
Materialmodell				Berger		Delany Bazley	Bolton	Allard	Bolton	Champoux Stinson	Rayleigh	

Tabelle 15-1: Materialdaten und Materialmodelle für SEA Anwendungen im Luftschallbereich



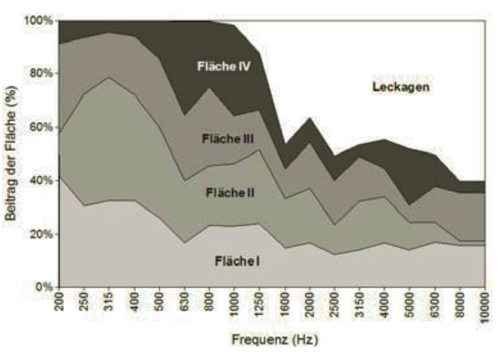


Bild 15-19: SEA-Ergebnisse und Modell zur Luftschall-Übertragung vom Motorraum in den Innenraum

bei der Auslegung von Luftschallpfaden im Automobil mittlerweile als Standardmethode etabliert hat. Mit AutoSEA steht dafür auch ein kommerzielles SW-Werkzeug zur Verfügung.

Die rechnerische Betrachtung der Luftschallpfade mit Hilfe der SEA ermöglicht eine optimale Auslegung der Schallisolierung bereits in frühen Projektphasen. Mit entsprechendem Modellierungsaufwand kann dabei z.B. der Energiefluss von den Eingangskavitäten im Motorraum bis zum Innenraum der Fahrgastzelle genau beschrieben werden. Im SEA-Modell lassen sich so neben dem Beitrag einzelner Stirnwandbereiche zum Dämmungsverhalten auch Leckageeinflüsse analysieren (**Bild 15-19**). Mittlerweile sind auch Optimierungsalgorithmen verfügbar, mit deren Hilfe eine weitgehend automatisierte Verteilung von Dämmungs- und Dämpfungsbelägen hinsichtlich Dicke und Anordnung erfolgen kann. Insbesondere in Verbindung mit spritzbaren Belägen kann so eine gewichtsoptimale Lösung realisiert werden.

15.6 Aeroakustik-Berechnung (CAA)

Die Computational Aeroacoustic (CAA) benutzt Methoden, die das Umströmungsgeräusch mit unter-

schiedlichen, vereinfachenden Annahmen numerisch berechnen. Diese Methoden liefern Aussagen über Wechseldrücke auf den Oberflächen und Fluktuationen in der Umströmung, die signifikante akustische Quellen darstellen. Dabei bilden CFD-Verfahren (Computational Fluid Dynamics) die Grundlage für die numerische Aeroakustik. Diese berechnen Strömungsgeschwindigkeiten $v(t)$ und Drücke $p(t)$. In der Akustik sind nur die Schwankungsanteile $\tilde{v}$ und $\tilde{p}$ von Interesse (Schallschnelle und Schalldruck). Eine besondere Herausforderung stellt dabei die Tatsache dar, dass sich die typischen aerodynamischen und die akustischen Skalen stark unterscheiden. Man bedenke, dass die Schmerzgrenze des menschlichen Ohres bei Wechseldrücken von 100 Pa liegt. Bei einem Fahrzeug tritt im Vergleich schon ein statischer Unterdruck von mindestens 115 Pa bei 50 km/h auf. Außerdem ist das Hörempfinden logarithmisch, so dass schon kleine Wechseldrücke von 0.02 Pa als Sprechlautstärke wahrgenommen werden (Kapitel 7). Bei einer Strömung mit Ma = 0,1 wird deshalb z.B. eine Genauigkeit der Strömungsberechnung von mindestens 10^{-9} benötigt. Wird diese nicht erreicht, so äußern sich die Ungenauigkeiten der numerischen Berechnung als „numerischer Lärm". Darüber hinaus gibt es große Disparitäten der Längenskalen zwischen dem Wirbelmaßstab der Strömung und der Wellenlänge des durch die Wirbel erzeugten Schalls.

Die Methoden zur Simulation des Umströmungsgeräusches können in die Direkte Numerische Simulation (DNS) und in hybride Ansätze unterteilt werden. Die Basis für die *direkte numerische Simulation* bilden die kompressiblen Navier-Stokes-Gleichungen (N-S). Es werden sowohl die strömungsrelevanten als auch die akustischen Skalen betrachtet und auch die turbulenten Skalen direkt berechnet. Jedoch erzwingt die Auflösung der einzelnen Turbulenzen ein sehr feines Gitter, so dass dies eigentlich nur in der Forschung unter Zuhilfenahme von Supercomputern und bei kleinen Reynolds-Zahlen sinnvoll möglich ist.

In der Praxis haben sich daher aus Aufwandsgründen *hybride Lösungen* auf Basis der Reynolds-Gleichungen durchgesetzt. Diese beschreiben zeitlich gemittelte Zustandsgrößen des Strömungsfeldes. Deshalb ist in diesem Fall ein separates Turbulenzmodell nötig, um das Gleichungssystem zu schließen. Als Mittelweg gilt die Large Eddy Simulation, die zumindest die großen Wirbel direkt numerisch berechnet und erst die kleinen Skalen über ein Turbulenzmodell simuliert.

Ein neuerer Ansatz ist die numerische Simulation auf der Grundlage der Lattice-Boltzmann-Methode (LBM). Dabei wird das Fluid nicht als Kontinuum sondern als Teilchen-Strom aufgefasst und dessen Mikrodynamik berechnet (Kapitel 15.6.2).

Aus den direkt berechneten oder modellierten Druck- und Geschwindigkeits-Fluktuationen, die als Quellterme dienen, wird dann mit Hilfe von linearisierten Euler-Gleichungen (LEE) oder mit Hilfe akustischer Analogien das Schallfeld im Fernfeld bestimmt. Zu den gängigen akustischen Analogien zählen u.a. die Verfahren nach Lighthill (Kapitel 5.2.1), Ffowcs Williams & Hawkings.

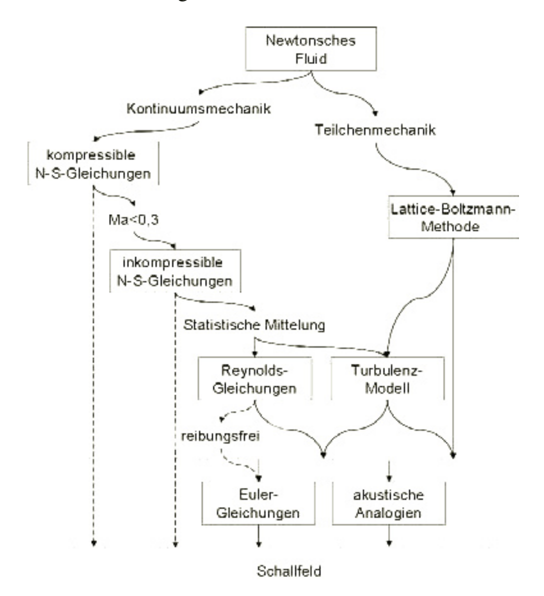


Bild 15-20: Schema der aerodynamischen und aeroakustischen Berechnung

Für die CAA stehen mittlerweile auch einige leistungsfähige kommerzielle Softwaretools zur Verfügung. Insbesondere das auf der LBM (Kapitel 15.6.2) basierende PowerFLOW® von ©Exa Corporation, ist für die Akustiksimulation geeignet. Fluent® von ©ANSYS, Inc. und STAR-CD™ von CD-adapco Group nutzen dagegen N-S-basierte Algorithmen der Kontinuumsmechanik. Weiterhin werden an Universitäten und Forschungsstätten verschiedene Programme entwickelt, die zum einen das Ziel haben, den durch die Strömung direkt verursachten Lärm, zum anderen aber auch den durch strömungsangeregte Oberflächen erzeugten Lärm zu erfassen.

15.6.1 Navier-Stokes-Gleichungen

Bei den bisher gängigsten Methoden der numerischen Strömungsmechanik, wie z.B. die Direkte Numerische Simulation, die Reynolds Averaged Navier-Stokes-Gleichungen oder die Large Eddy Simulation, wird das newtonsche Fluid als Kontinuum betrachtet. Aus den Erhaltungsgleichungen für Masse, Impuls und Energie entsteht ein System gekoppelter, nichtlinearer, partieller Differentialgleichungen 2. Ordnung, das auch die Turbulenz und die hydrodynamische Grenzschicht enthält.

Die Navier-Stokes-Gleichungen sind die Grundgleichungen der Strömungsmechanik. Sie setzen sich aus der Kontinuitätsgleichung und dem Impulserhaltungssatz zusammen und beschreiben die Strömungsgeschwindigkeit und die Druckverteilung in newtonschen Flüssigkeiten. Die allgemeinste Form der Navier-Stokes-Gleichungen lautet:

$$\rho\frac{\partial u}{\partial t}+\rho\left(u\cdot\nabla\right)u=-\nabla p+\eta\Delta u+\left(\lambda+\eta\right)\nabla\left(\nabla\cdot u\right)+f$$

Der Vektor f beschreibt die Volumenkraftdichte (z.B. die Gravitation oder die Corioliskraft), p den physikalischen Druck. Die Viskositäten λ und η werden als bekannt vorausgesetzt. Ist die Dichte entlang der Teilchenbahnen konstant, ergeben sich mit der Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\nabla\cdot\left(\rho u\right)=0$$

die Divergenzfreiheit des Geschwindigkeitsfeldes, die ein inkompressibles Fluid charakterisiert und damit die so genannten inkompressiblen Navier-Stokes-Gleichungen. Ist die Dichte des Fluids konstant, so vereinfachen sich die Gleichungen zu

$$\frac{\partial u}{\partial t}+\left(u\cdot\nabla\right)u=-\nabla p+\upsilon\Delta u+f$$

Dabei wird der diffuse Impulstransport mit der kinematischen Viskosität $v = \eta/\rho$ beschrieben. Diese Gleichungen sind für Luftströmungen weit unterhalb der Schallgeschwindigkeit (Ma < 0,3) gültig.

Eine weitere Vereinfachung sind die Euler-Gleichungen. Sie enthalten keine Turbulenz und keine Grenzschicht, da die Reibung nicht mit in Betracht gezogen wird. Allerdings kann mit diesem Ansatz kein Strömungsabriss simuliert werden. Sie eignen sich daher nur für Berechnungen, in denen die Grenzschicht keine wesentliche Rolle spielt.

Bei der statistischen Turbulenz-Modellierung wird im einfachsten Fall die turbulente Strömung als zeitlicher Mittelwert und Varianz der Geschwindigkeit v und dem Druck p gebildet. Wird diese Annahme in die Navier-Stokes-Gleichungen eingefügt und zeitlich gemittelt, erhält man die Reynolds Averaged Navier-Stokes-Gleichungen (RANS) mit dem Reynolds'schen Spannungstensor. Es kann anhand der verwendeten Turbulenzgrößen zwischen Null-, Ein- und Zweigleichungsmodellen unterschieden werden. Das k-ε-Turbulenzmodell z.B. ist ein Zweigleichungsmodell, das mit zwei partiellen Differentialgleichungen die Entwicklung der turbulenten kinetischen Energie k und der isotropen Dissipationsrate ε beschreibt.

Gängige numerische Lösungsmethoden der Strömungsmechanik sind die

- Finite-Elemente-Methode (FEM).
- Lattice-Boltzmann-Methode (LBM)
- Randelementmethode (boundary element method, BEM)

Da es sich bei allen oben angeführten Methoden um numerische Näherungsverfahren handelt, ist eine Validierung mit dem Versuch in jedem Fall erforderlich. Bei turbulenten Strömungen treten für die numerische Strömungssimulation noch einige Fragen auf. Entweder werden sehr feine Rechengitter wie bei der DNS, oder zusätzliche Turbulenzmodelle notwendig, welche neben den numerischen Fehlern auch noch Modellierungsfehler verursachen. Hier besitzt die LBM prinzipielle Vorteile gegenüber FE-basierten Methoden.

15.6.2 Lattice-Bolzmann-Methode

Die numerische Umsetzung der Boltzmann-Gleichung erfolgte Ende der 80er Jahre in Form des Lattice-Boltzmann-Verfahrens. Im Gegensatz zu den klassischen Verfahren basiert das Lattice-Boltzmann-Verfahren nicht auf einer Diskretisierung der eine Strömung beschreibenden Navier-Stokes-Gleichung, sondern auf der aus der statistischen Mechanik bekannten Boltzmann-Gleichung, d.h. auf der Berechnung einer stark vereinfachten Teilchen-Mikrodynamik. Das Fluid wird als eine Ansammlung kleiner Teilchen beschrieben, die sich analog der kinetischen Gastheorie im Raum bewegen. Es gibt zwei verschiedene Bewegungsarten. Eine setzt sich aus der Advektion und Kollision im Raum zusammen, die andere beschreibt die Kollision von Partikeln mit Oberflächen. Die gemittelten Größen weisen somit ein makroskopisches Verhalten auf, das umso realistischer wird, je feiner das Gitter gewählt wird. Zusätzlich wird die Phasenraumdichte eingeführt, die jedem Geschwindigkeitsvektor eine Teilchendichte im Anschauungsraum zuordnet. Die Evolution dieser Phasenraumdichte ist durch die Boltzmann Gleichung gegeben. Diese Form der Beschreibung wird als mesoskopisch bezeichnet. Es werden weder die einzelnen Teilchen betrachtet (mikroskopisch), noch wird das System auf seine wesentlichen makroskopischen Kenngrößen reduziert. In der Kinetik ist die Chapman-Enskog Entwicklung etabliert, um aus der mesoskopischen Boltzmann-Gleichung die makroskopische Euler- und Navier-Stokes Gleichung herzuleiten. Aufgrund der internen Struktur (geringer Speicher- und Rechenbedarf je Zelle) eignet sich das Verfahren u.a. zur Berechnung von Strömungen in komplexen Geometrien.

Bild 15-21 zeigt eine aeroakustische Simulation im Vergleich zur Messung am Unterboden einer Oberklasse-Limousine. Die Messungen wurden auf einer mittleren Höhe zwischen Fahrbahn und Unterboden in einem vorher festgelegten Raster durchgeführt. Die

Simulationsebene wurde zur Validierung in die gleiche Ebene gelegt. Das Ergebnis von Simulation und Messung zeigt eine sehr gute Übereinstimmung der Strukturen und lokalen Verteilungen des Schallwechseldruckes bei 40 Hz.

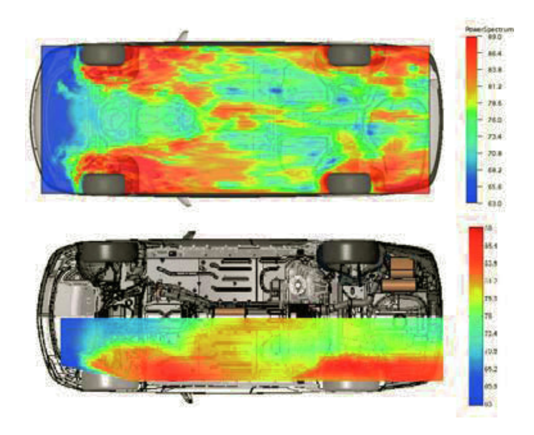


Bild 15-21: Simulation Schallwechseldruck im Unterbodenbereich bei 40Hz (oben) und Messung im Windkanal (unten)

Weitere wichtige Anwendungsgebiete für aeroakustische Berechnungen sind die Simulation der Umströmung eines Cabrioverdecks sowie im Hecknachlauf und die Überströmung von Kavitäten. Mit diesen Informationen können bereits in der Konzeptphase Aussagen über den Strömungsverlauf, die Wirbelbildung und die erwarteten Schalldruckpegel gemacht werden.

Es ist abzusehen, dass sich für die numerische Aeroakustik ein ähnlich weites Anwendungsgebiet öffnet, wie es vor ca. zehn Jahren bei der Aerodynamik entstanden ist. Die Rechnerleistung und der Entwicklungsstand der numerischen Methoden machen es möglich, die aeroakustische Lärmentstehung und -ausbreitung zusammen mit der Strömung zu berechnen. Aus dem Verständnis der Strömungs- und Turbulenzeffekte lassen sich gezielt geräuschmindernde Maßnahmen über die Strömungsbeeinflussung ableiten. Aeroakustische Lärmquellen können somit identifiziert und reduziert werden. Auch die Wechselwirkung zwischen Strömung und elastischen Körpern sowie der dadurch induzierte Lärm spielt im Fahrzeugbau eine wichtige Rolle.

15.7 Substrukturtechnik[1]

15.7.1 Methodische Grundlagen

Bei der Entwicklung komplexer mechanischer Strukturen ergibt sich häufig die Situation, dass ein Teil der Struktur bereits festgelegt ist, z.B. durch Übernahmeteile, während ein weiterer Teil der Struktur noch zu optimieren ist. In der Regel sind diese Systemteile elastisch gekoppelt, so dass das Strukturverhalten beider Teile nicht unabhängig voneinander analysiert werden kann. Bei der FE-Modellierung dient die Substrukturtechnik der Eliminierung des unveränderlichen Teils der Strukturgleichungen und verringert so den numerischen Aufwand. Dafür geeignete Substrukturtechniken sind bereits seit Jahrzehnten bekannt [6]. Oft können bei der numerischen Simulation jedoch nicht alle Teilsysteme eines komplexen Systems, wie z.B. die mechanisch-akustische Übertragungsfunktionen einer Fahrzeugkarosserie, analytisch ausreichend exakt abgebildet werden (Kapitel 15.3). Es besteht deswegen in der Schwingungstechnik und Akustik vielfach der Wunsch, numerische Modelle von bestimmten Teilsystemen mit gemessenen Eigenschaften anderer Teilsysteme zu einer Gesamtsystemaussage zu kombinieren. In der Literatur wird eine derartige Vorgehensweise auch als hybride Modellierung bezeichnet. Die Kopplung der gemessenen und simulierten Komponenten und Teilsysteme zum Gesamtsystem setzt ebenfalls geeignete Substrukturtechniken voraus.

Substrukturtechniken führen das Systemverhalten grundsätzlich auf die fundamentalen Bewegungsgleichungen der Systeme zurück. Das bedeutet, dass bei der Kopplung mehrerer (Sub)Systeme immer folgende drei Sachverhalte berücksichtigt werden müssen:

- Die Übertragungseigenschaften zwischen den Ein- und Ausgangsgrößen der einzelnen Subsysteme;
- Das Kräftegleichgewicht zwischen den Koppelpunkten der Subsysteme (Equilibrium Condition);
- Die Gleichheit der Bewegungen an den Kopplungspunkten zwischen den Subsystemen (Compatibility Condition);

Bei der sogenannten direkten Methode (Direct Coupling) werden die Subsysteme im Zeitbereich (Physical Domain) über die Systemparameter Masse, Dämpfung und Steifigkeit miteinander gekoppelt. Sie ist damit unmittelbar äquivalent zur Standard FE Modellierung und z.B. auch die Grundlage der Modellierung in Kapitel 4. Die sogenannte „Component Mode Synthesis“ oder CMS-Methode, koppelt dagegen die verschiedenen Subsysteme auf Basis ihrer modalen Parameter (Modal Domain). Der Grundgedanke dabei ist, dass sich das dynamische Verhalten des Gesamtsystems durch eine begrenzte Anzahl von Eigenmoden mit geringer Dämpfung beschreiben lässt. Da die Anzahl der Eigenmoden z.B. in Luftschallkavitäten mit der Frequenz schnell ansteigt (Kapitel 5.6.1), ist diese Beschreibungsmethode in diesem Fall auf relativ niederfrequente Phänomene beschränkt. Sie findet insbesondere im Rahmen der experimentellen Modal-

[1] Im angelsächsischen Sprachraum: dynamic substructuring (DS)

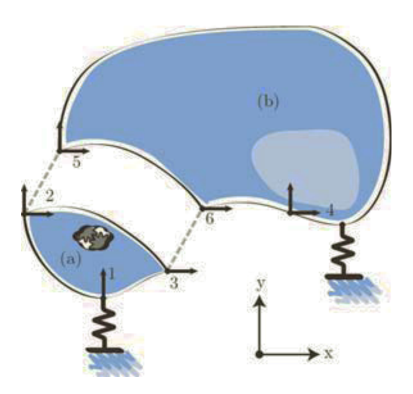


Bild 15-22: Abstraktes Schema der mechanischen Kopplung zwischen zwei Subsystemen

analyse bei der Beschreibung des dynamischen Verhaltens von Fahrzeugstrukturen Anwendung (Kapitel 16.5.1). Bei der Methode des „Frequency Based Substructuring“ (FBS) basiert die Kopplung zwischen den Subsystemen hingegen auf errechneten oder gemessenen frequenzabhängigen Übertragungsfunktionen (Frequency Response Function FRF). Diese Methode ist damit grundsätzlich auch für die Beschreibung des Systemverhaltens im Bereich hoher Modendichte und -dämpfung geeignet.

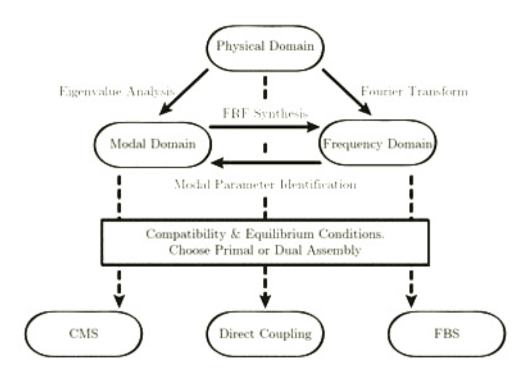


Bild 15-23: Äquivalente Beschreibungsformen des dynamischen Systemverhaltens in unterschiedlichen Domänen

Obwohl alle drei Darstellungsformen prinzipiell äquivalent sind, ist in der experimentellen Praxis die Systemanalyse und -synthese mittels CMS oder FBS am besten geeignet. Handelt es sich um recht komplexe Systeme mit großer Modendichte, wie im Fall der mechanisch-akustischen Eigenschaften einer Fahrzeugkarosserie, so kann nur die FBS Methode sinnvoll angewendet werden, da die Systemeigenschaften nicht mehr ausreichend über modale Parameter beschrieben werden können. Nachstehend wird deswegen die sogenannte Lagrange Multiplier Frequency Based Substructuring Methode (LM-FBS) näher dargestellt.

Ein gekoppeltes System gemäß **Bild 15-22** lässt sich allgemein durch folgendes Gleichungssystem beschreiben:

$$\begin{bmatrix} Z & B^T \\ B & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (15\text{-}2)$$

Die Verschiebungen im Vektor u aller Freiheitsgrade der Knoten (Koppelpunkte) korrespondieren mit den Steifigkeiten der Koppelpunkte in der dynamischen Steifigkeitsmatrix Z. Dies bedeutet, dass Z eine Blockdiagonalmatrix darstellt, mit den Submatrizen $Z^{(1)}$ bis $Z^{(n)}$ für die verschiedenen Subsysteme:

$$Z = \begin{bmatrix} Z^{(1)} & 0 & 0 \\ 0 & Z^{(.)} & 0 \\ 0 & 0 & Z^{(n)} \end{bmatrix}$$

Die Verbindungen zwischen den Freiheitsgraden der Subsysteme sind in der boolschen Matrix B zeilenweise jeweils durch 1 und –1 repräsentiert, ansonsten ist diese Matrix nur mit Nullen gefüllt. Für das System in **Bild 15-22** mit seinen 9 Freiheitsgraden und drei Verbindungen ergibt sich somit beispielhaft:

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Über die Gleichung

$$B \cdot u = 0$$

wird die Kompatibilitätsbedingung sichergestellt. Das Kräftegleichgewicht wird in Formel 15-2 nur implizit durch die Lagrange Multiplikatoren λ beschrieben und so die Subsysteme miteinander verbunden. Wird λ aus dieser Gleichung eliminiert, so erhält man den vereinfachten Zusammenhang zwischen den Verschiebungen und den Anregungskräften f:

$$u = \left\{ Y - YB^T \left(BYB^T \right)^{-1} BY \right\} f$$

Die dynamischen Nachgiebigkeits-Matrizen Y können experimentell recht einfach unter frei-frei Bedingung mittels Shaker oder Impulshammer bestimmt werden (Kapitel 16.3). Die Gleichung eignet sich damit grundsätzlich gut für die experimentelle Umsetzung der DS-Methode.

Während DS-Methoden schon seit Jahrzehnten bei der numerischen Modellierung erfolgreich eingesetzt werden, führt die Anwendung dieser Methoden in Verbindung mit experimentellen Ergebnissen jedoch auf praktische Probleme. Diese sind dafür verantwortlich, dass die Einbindung experimenteller Ergeb-

nisse in modellierte Systeme in vielen Fällen nur teilweise erfolgreich war. Diese Probleme lassen sich in den folgenden vier Punkten zusammenfassen:

- Es wird eine punktförmige Verbindung zwischen Systemen mit 3 translatorischen und 3 rotatorischen Freiheitsgraden angenommen. In der Praxis ist eine Punktmessung in alle Raumrichtungen allerdings kaum möglich. Es gibt derzeit auch keine praktikablen Möglichkeiten, um Torsionsanregungen auf diesen Punkten anzubringen.
- Die idealisierten unendlich steifen, masselosen und punktförmigen Verbindungen sind konstruktiv nicht darstellbar. In der Realität handelt es sich vielmehr immer um flächenhafte Verbindungen mit begrenzten Steifigkeiten.
- Die Übertragungseigenschaften der einzelnen Subsysteme sollen unter frei-frei-Bedingungen bestimmt werden. Im Experiment wird das System aber mit einer gewissen Steifigkeit mit seiner Umgebung verbunden, so dass damit Fehler in der Analyse anfallen. Auch die Anbindung eines Shakers, sowie die Befestigung von Sensoren verusacht unerwünschte Rückwirkungen durch Veränderung der Massenverhältnisse und lokalen Steifigkeiten.
- Die DS-Methode ist generell empfindlich auf Fehler in den gemessenen FRFs. Damit ist die Methode anfällig für Messfehler aller Art.

15.7.2 EMPC-Methode

Wie im vorstehenden Abschnitt dargestellt, ist die Berücksichtigung der rotatorischen Freiheitsgrade der Subsystemschnittstellen ein entscheidender Faktor bei der Umsetzung der DS-Methode. Da es jedoch nur eingeschränkte Möglichkeiten gibt, Momentenanregungen am Prüfkörper zu applizieren und dessen Rotation exakt zu vermessen, fehlen bisher meist erfolgreiche Anwendungen.

Mit der nachstehend beschriebenen Methode wird eine Ersatzlösung vorgestellt, welche auf die direkte Messung der rotatorische Freiheitsgrade verzichtet [5]. Die Lösung stützt sich auf den Ansatz der FEM, welcher eine komplexe Struktur in einfache kleine Elemente unterteilt. Die Anzahlt der definierten Freiheitsgrade an den Substrukturschnittstellen beschreiben die möglichen Schnittstellenbewegungen. Je mehr Freiheitsgrade eine Schnittstellte definieren, umso komplexere Verformungen können zwischen den Subsystemen dargestellt werden. Dabei müssen nicht unbedingt rotatorische Freiheitsgrade definiert werden. Beispielsweise werden Volumenelemente normalerweise nur mit translatorischen Freiheitsgraden beschrieben. Eine gewisse Anzahl von Knoten mit ausschließlich translatorischen Freiheitsgraden reicht ebenfalls aus, um auch rotatorische Bewegungen implizit zu beschreiben.

Dieser Ansatz kann nun auch auf die experimentelle Substrukturierung übertragen werden. Durch mehrere translatorische Übertragungsfunktionen auf mehrere Schnittstellenknoten können die lokalen Verformungen ebenfalls hinreichend angenähert werden. Rotatorische Informationen werden auf dieser Weise indirekt erworben. Dieser Ansatz wird in der Literatur als Equivalent Multi Point Connection Methode (EMPC) beschrieben.

Wird die EMPC Methode verfolgt, so muss der Anwender sein Augenmerk auf die Schnittstellendefinition legen. Wenn z.B. Schnittstellen zwischen benachbarten Subsystemen an Stellen mit großen Steifigkeitsübergängen definiert werden, so wird die Schnittstelle über lokale Starrkörperbewegungen meist ausreichend beschrieben. Da das weichere Subsystem den Bewegungen des steiferen Systems folgt, wird die Schnittstellenbeschreibung vereinfacht, was auch zu Vereinfachungen bei der Analyse, reduziertem Messaufwand und besseren Kopplungsergebnissen führt.

Als Anwendungsbeispiel zeigt **Bild 15-24** die Hinterachse eines PKWs. Heutzutage kann der Antriebstrang mit seinen Komponenten wie Hinterachsträger (HAT), Getriebe (HAG) und auch die Hinterach- und Hinterachsgetriebe-Gummilager (HAT-L & HAG-L) ziemlich genau modelliert werden (Kapitel 15.1). Ihre Auswirkung im Gesamtfahrzeug lässt sich allerdings modelltechnisch nicht befriedigend bestimmen, da sich die Karosserie mit ihrem Übertragungsverhalten bis zum Fahrerohr nur sehr eingeschränkt rechnerisch darstellen lässt (Kapitel 15.3). Deshalb bietet sich hier die hybride DS-Methode an, um das numerische Antriebstrangmodell mit gemessenen Übertragungsfunktionen der Karosserie zu kombinieren. Die Kopplung ermöglicht damit eine Optimierung der Antriebstrangkomponenten in der realen Gesamtfahrzeugumgebung.

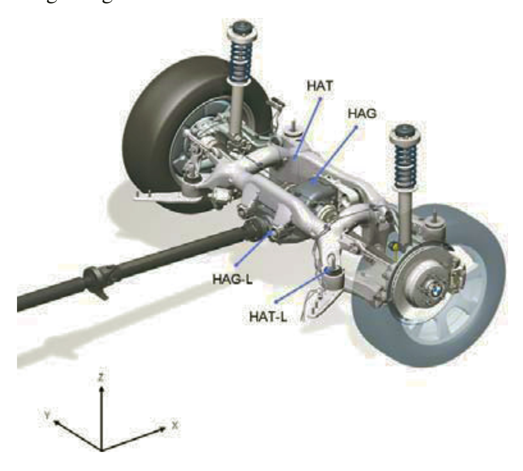


Bild 15-24: Hinterer Antriebstrang eines Fahrzeugs mit Standardantrieb und Lagerpunkten

Das numerische Model des Hinterachsträgers kann z.B. in NASTRAN analysiert werden. Mittels frei-frei Randbedingungen werden die Eigenfrequenzen und Moden im Frequenzbereich von 0 bis 1500 Hz berechnet. Mittels einer modalen Synthese wird daraus die Übertragungsfunktion des Hinterachsträgers erstellt. Für das akustische Verhalten stellen die Gummilager wegen ihrer Isolationseigenschaften die wichtigsten Komponenten des Antriebstrangs dar. Da die experimentelle Bestimmung der Lagereigenschaften unter Berücksichtigung des rotatorischen Verhaltens, wie vorstehend bereits diskutiert, nur beschränkt möglich ist, können diese durch entsprechend detaillierte Lagermodelle ermittelt werden **(Bild 15-25)**. Diese berücksichtigen sowohl die großen Lagerverformungen beim Einbau als auch die frequenzabhängige Steifigkeit und Dämpfung gemessener Materialproben. Die äußeren und inneren Aluminiumteile werden dabei als Starrkörper modelliert, da ihre Steifigkeit gegenüber dem Gummi um ein Vielfaches größer ist.

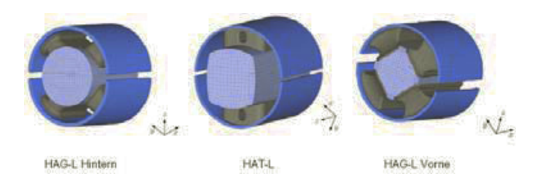


Bild 15-25: Lagermodelle

Für die experimentelle Bestimmung der mechanisch-akustischen Übertragungsfunktionen der Karosserie wird am Fahrzeug die Hinterachse ausgebaut und diese über Luftfedern abgestützt. Die vier Karosserie-Anbindungspunkte werden dann jeweils an drei Knoten in drei Raumrichtungen mittels Shaker vermessen.

In **Bild 15-26** sind typische Ergebnisse aus dieser Vorgehensweise dargestellt. Dabei zeigt die schwarze Kurve die Validationsmessung, während rot und blau SPC und EMPC Kopplungsresultate dokumentieren. Die Single Point Connection (SPC) Kopplung berücksichtigt nur die drei translatorischen Freiheitsgrade pro Schnittstelle. Das Bild zeigt, dass die EMPC-Methode im Vergleich zum SPC-Ansatz zu deutlich besseren Prognosen für das Gesamtsystem führt. Eine zu geringe Dämpfung und meist zu hohe simulierte Eigenfrequenzen ab 400 Hz sind allerdings auch für die EMPC-Methode erkennbar. Letzterer Mangel hat maßgeblich mit der Definition der starren Schnittstellen zu tun. Die reale Struktur besitzt offensichtlich mehr Flexibilität, was zur Senkung der Eigenfrequenzen beiträgt. Die Resultate zeigen deutlich, dass die rotatorischen Freiheitsgrade nicht vernachlässigt werden dürfen. Deshalb führt im Allgemeinen nur die EMPC-Methode zu befriedigenden Kopplungsresultaten.

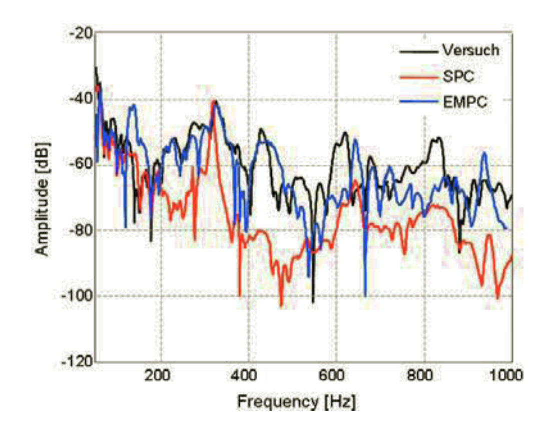


Bild 15-26: Gesamtsystem-Übertragungsfunktion, gemessen sowie mittels SPC- und EMPC-Methode prognostiziert

15.7.3 Identifikation von Betriebsanregungen

Neben dem Problem der exakten Modellierung des akustischen Übertragungsverhaltens von Fahrzeugen stellt die exakte Bestimmung der Betriebsanregungen häufig ein zentrales Problem dar. So können beispielsweise die teilweise sehr komplexen Anregungsmechanismen von Motor und Getriebe (Kapitel 9) im Regelfall nur unvollkommen modelliert werden. Dies lässt sich auch dadurch zu erklären, dass die Anregungen häufig stark nichtlinear vom jeweiligen Betriebszustand des Systems abhängen, die Modelle jedoch empfindlich auf Änderungen in der Anregung reagieren. Um trotzdem zu brauchbaren Vorhersagen für das akustische Verhalten eines Fahrzeugs zu kommen, wird in diesem Abschnitt eine analytisch-experimentelle Vorgehensweise vorgestellt, mit deren Hilfe auch nicht direkt messbare Anregungen ausreichend berücksichtigt werden können [5].

Die Methode wird anhand der Darstellungen von **Bild 15-27** am Beispiel der Betriebsanregungen, welche beim Abrollen der Zahnräder in einer Getriebestufe

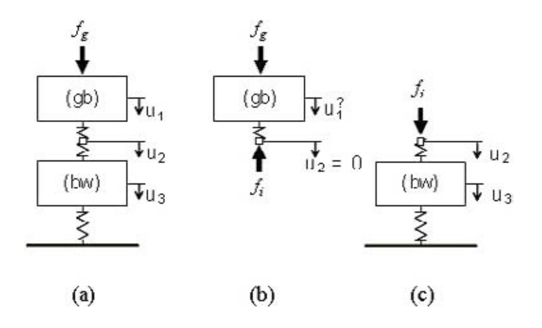


Bild 15-27: Indirekte Identifikation von Betriebsanregungen (gb = gearbox, bw = body in white)

auftreten, erläutert. Diese Betriebsanregungen könnten nur mit erheblichem experimentellem Aufwand direkt gemessen werden. Im vorliegenden Abschnitt wird daher gezeigt, wie an Stelle der anregenden Zahnkraft auch äquivalente Kräfte an messtechnisch besser zugänglichen Stellen des Systems genutzt werden können, um daraus das Gesamtsystemverhalten abzuleiten. Dabei werden Linearität und Zeitinvarianz der Systeme unterstellt.

Im Teilbild (a) ist das Gesamtsystem vereinfachend als Zweimassenschwinger dargestellt. Der Ansatz kann jedoch analog auf eine beliebige Anzahl von Freiheitsgraden erweitert werden. Mathematisch wird das dargestellte System mit Hilfe der dynamischen Steifigkeiten an den Schnittstellen wie folgt beschrieben:

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & 0 \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} \\ 0 & Z_{32} & Z_{33} \end{bmatrix}^{(tot)} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_g \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (15\text{-}3)$$

u_1, u_2 und u_3 sind die Verschiebungen an der Zahnflanke, am Lagerflansch des Getriebes, sowie die Verschiebung der Lageraufnahme an der Karosserie. Die Verzahnungskraft des Getriebes f_g stellt die Betriebsanregung des Systems dar. Z_{11} bis Z_{33} sind die dynamischen Steifigkeiten von Getriebe und Karosserie an den jeweiligen Koppelpunkten. Alle Größen sind frequenzabhängig und basieren auf der bekannten Bewegungsgleichung für lineare Systeme im Frequenzbereich:

$$Z = -\omega^2 \cdot M + j\omega \cdot C + K$$

Soll an Stelle der Verschiebung an der Karosserie z.B. der Luftschallpegel am Fahrerohr betrachtet werden, so kann u_3 durch den Schalldruck p ersetzt werden. Entsprechend ändern sich dann auch die Einheiten der Matrixelemente Z_{23}, Z_{32} und Z_{33}. Die Gesamtsteifigkeit in den Verbindungspunkten errechnet sich aus der Summation der Steifigkeiten der gekoppelten Teilsysteme:

$$Z_{22}^{(tot)} = Z_{22}^{(gb)} + Z_{22}^{(bw)}$$

wobei die Indices (*gb*) auf das Getriebe und (*bw*) auf die Karosserie hinweisen. Eliminiert man in Formel 15-3 die Bewegung u_1 in, so erhält man die reduzierte Form:

$$\begin{bmatrix} Z_{22} - Z_{21}Z_{11}^{-1}Z_{12} & Z_{23} \\ Z_{32} & Z_{33} \end{bmatrix}^{(tot)} \cdot \begin{bmatrix} u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -Z_{21}Z_{11}^{-1}f_g \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (15\text{-}4)$$

Gemäß Bild (b) wird das Getriebe nun auf einem Komponentenprüfstand mit ideal steifen Lagerpunkten befestigt. Die Bewegungsgleichung dieses Systems kann wie folgt formuliert werden:

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}^{(gb)} \cdot \begin{bmatrix} u_1^* \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_g \\ f_i \end{bmatrix} \qquad (15\text{-}5)$$

Dabei ist anzumerken, dass sich das Getriebe am Prüfstand infolge der geänderten Lagerung anders verhält wie im realen Fahrzeug, was mit u_1^* berücksichtigt wurde. Durch Elimination der Zahnbewegung u_1^* in Formel (15-5) ergibt sich:

$$f_i = Z_{21} \cdot u_1^* = Z_{21} \cdot Z_{11}^{-1} \cdot f_g \qquad (15\text{-}6)$$

Da f_i der wirksamen Kraft wie in Formel (15-4) äquivalent ist, kann diese ersetzt werden. Nach weiteren Umformungen [3] ergibt sich schließlich folgende vereinfachte Darstellung:

$$\begin{bmatrix} u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} Y_{22} \\ Y_{32} \end{bmatrix}^{(tot)} \cdot f_i \qquad (15\text{-}7)$$

Y_{22} und Y_{32} stellen dabei die dynamischen Nachgiebigkeiten des Gesamtfahrzeugs dar und können auf einfache Weise mittels Impulshammer oder Shaker gemessen werden. Die Ableitung macht deutlich, dass die Verzahnungskräfte nicht explizit bekannt sein müssen, um das Betriebsverhalten des Gesamtsystems zu bestimmen. Das gleiche Resultat wird enthalten, wenn die Betriebskräfte des Getriebes auf einem Komponentenprüfstand mit starrer Einspannung gemessen werden und daraus gemäß Formel 15-7 das Betriebsverhalten des ursprünglichen Systems berechnet wird.

In der Praxis erweist es sich jedoch zumeist als schwierig, die Lageraufnahmen des Komponentenprüfstandes im relevanten Frequenzbereich von 100–1000Hz in Übereinstimmung mit obiger Annahme ausreichend steif zu gestalten. Deshalb wird nachstehend eine Erweiterung der Methode vorgenommen, um zusätzlich auch noch die Prüfstandseinflüsse zu eliminieren.

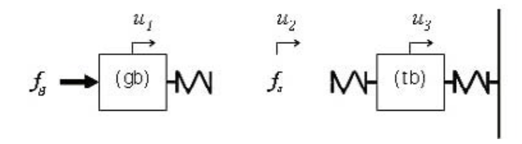
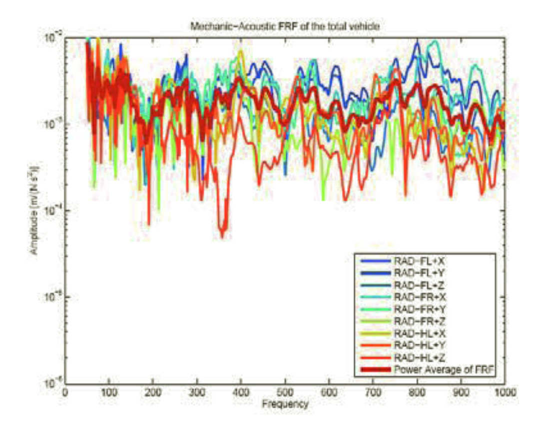
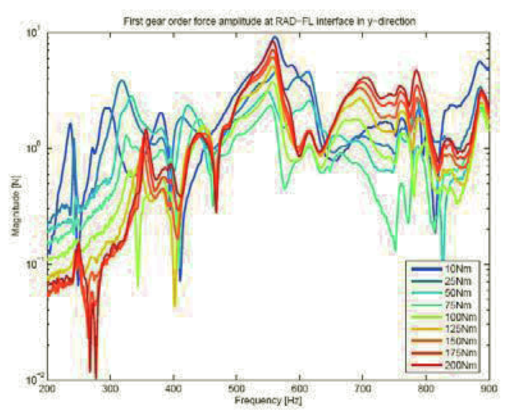


Bild 15-28: Schematische Darstellung der Situation beim Prüfstand mit elastischen Lagerpunkten (tb = testbench)

Der Ansatz ist in **Bild 15-28** schematisch dargestellt. Wie bisher wird das Getriebe von den unbekannten Verzahnungskräften f_g angeregt. Für diese Konfiguration können folgende Gleichungssysteme formuliert werden:





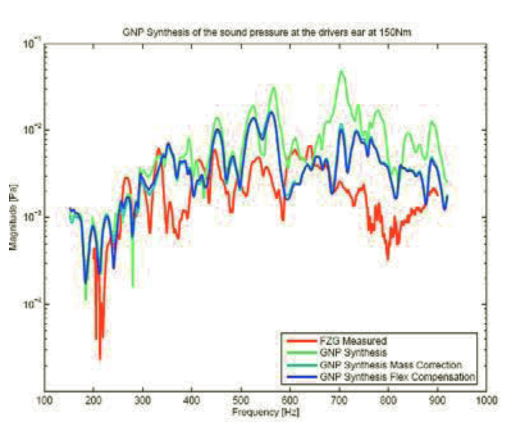


Bild 15-29: Synthese des Schalldrucks am Fahrerohr (unten) aus den am Prüfstand gemessenen Anregungskräften eines Hinterachsgetriebes am Prüfstand (mitte) und der gemessenen FRF des Fahrzeugs (oben)

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}^{(gb)} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_g \\ f_s \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{32} & Z_{33} \end{bmatrix}^{(tb)} \begin{bmatrix} u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -f_s \\ 0 \end{bmatrix}$$

Die Sensorkraft f_s ist dabei die Kraft im Lagerpunkt des Getriebes auf dem Prüfstand. Wird u_1 aus der ersten Gleichung eliminiert, so enthalt man:

$$(Z_{22}^{(gb)} - Z_{21}Z_{11}^{-1}Z_{12})u_2 = f_s - Z_{21}Z_{11}^{-1}f_g$$

Verknüpft man dieses Resultat mit Formel (15-6), so ergibt sich nach einigen Umformungen:

$$f_i = f_s - (Y_{22}^{(gb)})^{-1}u_2$$

Dieses Ergebnis zeigt, dass die Kraft f_i aus der Messung der Koppelkraft f_s sowie der zugehörigen Verschiebung u_2 des Lagerpunktes am (nachgiebigen) Prüfstand bestimmt werden kann. Für die Berechnung wird darüberhinaus nur die dynamische Nachgiebigkeit des Getriebes am Anbindungspunkt benötigt. Diese kann sowohl mittels Shaker oder Impulshammermethode gemessen, als auch mittels FE Berechnung ermittelt werden. Sowohl die Eigenschaften des Prüfstandes als auch die anregenden Zahnkräfte müssen hingegen nicht bekannt sein.

Literatur

[1] Gipser, M.: Reifenmodelle für Komfort- und Schlechtwegsimulationen, 7. Aachener Kolloquium Fahrzeug- und Motorentechnik, IKA RWTH Aachen und VDI, 1998
[2] Pacejka, H. B.; Bakker, E.: The Magic Formula Tyre Model, Vehicle System Dynamics, Vol. 21supplement, 1993
[3] De Klerk, D.; Rixen, D. J.; Valentin, C. L.: An experimental gear noise propagation method for a gear box on test bench. International Modal Analysis Conference (IMAC) 2007
[4] L. Gaul und C. Fiedler: Methode der Randelemente in Statik und Dynamik. Wiesbaden/Braunschweig: Vieweg Verlag, 1996
[5] Denis de Klerk: Dissertation, Fertigstellung voraussichtlich 2008
[6] R. R. Jr. Craig and M. C. C. Bampton, „Coupling of Substructures for Dynamic Analysis“, AIAA Journal, Vol 6, July 1968
[7] Sarradj, E.: Energy-based vibroacoustics: SEA and beyond, CFA/DAGA 2004, Strasbourg